

# La introducción de la teoría de conjuntos y la matemática moderna en Colombia. Primera parte: El aporte de los extranjeros

Víctor Samuel Albis  
Clara Helena Sánchez\*

## Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo central mostrar la influencia de profesores extranjeros en la introducción de la teoría de conjuntos y la matemática moderna en Colombia.

## Abstract

In this paper we examined the influence of foreign mathematicians in the introduction of set theory and modern mathematics in Colombia.

**Palabras clave:** Colombia, Garavito, Vera, Bellon, Teoría de Conjuntos

**Key words:** Colombia, Garavito, Vera, Bellon, Set theory

**MSC 2000:** 01A60

## Introducción

En la década de 1940 encontramos los primeros intentos por dar a conocer la teoría de conjuntos y la lógica matemática en Colombia, las cuales son fundamentales, sobre todo la primera, para estudiar lo que hoy se conoce como matemática moderna. Estos intentos se encuentran en el libro de Francisco Vera titulado *Introducción a la teoría de conjuntos*, recopilación de las notas de un curso dictado en Bogotá entre

---

\* Ambos autores son miembros del personal académico del Departamento de Matemáticas (Grupo Proclo) de la *Universidad Nacional de Colombia*. Este ensayo corresponde a una versión corregida, revisada y aumentada de una ponencia presentada en el *XXIII International Congress of History of Science*. Special Session: Introduction of Modern Mathematics in Iberoamerica. Budapest, Hungría. Sábado 1 agosto 2009.

---

septiembre y octubre de 1942, y en dos artículos de divulgación de la teoría de conjuntos publicados por Waldemar Bellon en la revista *Universidad Nacional de Colombia. Revista Trimestral de Cultura Moderna* en 1945. En cuanto a los escritos sobre lógica, en la ya mencionada revista, Carlo Federici publica el trabajo titulado *Sobre una ley de dualidad en lógica*, y en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, Vera publica *El tertium non datur* en el cual encontramos una reflexión sobre la escuela intuicionista. Son valiosos trabajos que se inscriben dentro de los cambios que se dieron con la reforma educativa del primer gobierno de Alfonso López Pumarejo (1934-1938), reforma que buscaba superar el atraso social y económico en que se encontraba el país luego de varias décadas de hegemonía conservadora. Uno de los propósitos fundamentales de los liberales al llegar al poder en 1930 fue mejorar la educación y dar espacio a nuevas áreas del conocimiento, pues los planes de estudio y los métodos de enseñanza en todos los niveles de educación eran totalmente anticuados.

Las tendencias renovadoras se veían estimuladas por movimientos similares que en la década de los treinta aparecieron en varios países de América Latina. Fue sobre todo muy fuerte la influencia de la reforma educativa que llevaba a cabo México bajo la dirección de José Vasconcelos, reforzada por la política socializante del presidente Lázaro Cárdenas. También influía la política educativa de la reciente República Española, con su idea de las misiones pedagógicas itinerantes que democratizarían la cultura llevándola a campos y aldeas [Jaramillo 1989]. Los cambios en la educación superior estuvieron además fuertemente influidos por el movimiento estudiantil de Córdoba de 1918, que exigió autonomía universitaria, libertad de cátedra, apertura a la sociedad con la extensión universitaria, y trascender el proceso de enseñanza aprendizaje involucrándose en el estudio e investigación de los problemas del país.

En el caso de la matemática, que sufrió cambios substanciales en el siglo XIX con los desarrollos en el álgebra, el análisis, la teoría de conjuntos, la lógica, la geometría, para mencionar solo algunos campos, hay que decir que sólo llegaron a Colombia en los años cuarenta del siglo pasado con Vera, Bellon y Federici, como anotamos. En los años cincuenta llegó el húngaro John Horváth a dirigir el Departamento de Matemáticas de la *Universidad de los Andes* y junto con Federici y un grupo de ingenieros y estudiantes de ingeniería de la *Universidad Nacional* abrieron el camino para hacer de la matemática un área de estudio independiente de la ingeniería en Colombia. Para consolidar un área

se requiere una institución que ofrezca un plan de estudios, una asociación que congregue a los interesados en el área y una revista especializada que sirva de medio de difusión y de comunicación con la comunidad nacional e internacional interesada en el área. Todo esto, como veremos, se dio en los años cincuentas en Colombia.

Sin embargo, cabe anotar que a finales del siglo XIX libros como el de Camille Jordan [1909], *Cours d'Analyse de l'École Polytechnique*, que ya usaba el lenguaje de la teoría de conjuntos, fue conocido, por el ingeniero y profesor de los cursos más avanzados de matemáticas, Julio Garavito, como consta en el análisis de sus cuadernos de notas [Sánchez 2007]. En sus Apuntes de Análisis Matemático (Cuaderno 23, 1897), encontramos algunas páginas, traducidas del libro de Jordan, que tratan sobre una teoría de grupos al traducir del francés 'ensemble' como 'grupo'. En particular, allí aparecen las nociones de 'conjunto derivado' y 'conjunto perfecto', desarrolladas por Cantor. En el Cuaderno 26, Garavito realiza un resumen, basado en el mismo libro, de las cortaduras de Dedekind para definir los números reales, marginalmente, anota 'conjuntos'. Aparentemente, Garavito no encontró pertinente, por posiblemente considerarlos demasiado abstractos, usar los conceptos de la teoría de conjuntos contenidos en el libro de Jordan en sus cursos de análisis de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la *Universidad Nacional*. Prefirió, pues, mantenerse en la tradición 'cauchysiana' de los cursos que hasta entonces se habían enseñado en el *Colegio Militar* y la *Universidad Nacional de Colombia* [Villegas 1992]. Si lo hubiese considerado pertinente, la introducción de la teoría de conjuntos en Colombia podría haberse adelantado medio siglo.

Sólo a partir de 1960 los matemáticos recién graduados comenzarán a enseñar en sus cursos las nociones de la teoría de conjuntos y comienzan a aparecer artículos y folletos escritos por algunos de ellos sobre las nociones básicas de la teoría de conjuntos. Por otro lado, Federici en varias instituciones del país como las Universidades Pedagógicas de Tunja o de Bogotá, además de la *Universidad Nacional*, hará cursos sobre Lógica y Metodología y con grupos tanto de la Nacional como de la Pedagógica en Bogotá impulsará textos para la enseñanza de la matemática moderna en los niveles básico y medio. Federici fue director en el ministerio de Educación Nacional de los programas de actualización de la enseñanza de la matemática y de la física y del programa de televisión *Matemática Elemental* entre 1958 y 1964. Fue, además, representante por Colombia ante la *Commission Internationale pour L'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*

en 1959. (Los trabajos de los colombianos serán motivo de una segunda parte de este estudio).

### **La reforma educativa de López Pumarejo: la fundación de la Escuela Normal Superior y la reforma de la Universidad Nacional**

Uno de los propósitos de Alfonso López Pumarejo al asumir la presidencia de la república en 1934 fue renovar completamente el sistema educativo colombiano desde la primaria hasta la universidad. La educación estaba prácticamente a cargo de la iglesia católica en todos los niveles, incluida la *Universidad Nacional* que no escapaba a esa influencia a pesar de haber sido fundada en 1867 por los radicales como una institución laica. López Pumarejo quería que el Estado tomara las riendas de la educación y por ello, durante su gobierno, se reformó la *Universidad Nacional* y se creó la *Escuela Normal Superior (ENS)*. Esta última concebida como una institución de altas calidades académicas en la cual se debían formar los maestros, que antes de ella no tenían ni la preparación ni las condiciones mínimas de trabajo para ejercer una buena docencia.

Ambas instituciones se nutrieron de exilados europeos por causa de la Guerra Civil Española y la Segunda Guerra Mundial. Estos profesores dieron un alto nivel a los estudios en la Escuela y tuvieron fuerte impacto también en la *Universidad Nacional*. En la *ENS* se formaron los que luego impulsarían el desarrollo de las distintas ciencias sociales en el país y, aunque con menor impacto, también influyeron en el desarrollo de las ciencias exactas, físicas y naturales.

*La Escuela Normal Superior.* Con esta institución se quería tener un gran centro nacional para formar ‘a los maestros de los maestros’,<sup>1</sup> haciéndolo no en el marco tradicional de la formación memorística, inductiva y escolástica, sino en la perspectiva de los conocimientos científicos más actualizados: las ciencias biológicas, físicas y exactas, que empezaban a enseñarse en las normales de Tunja y Bogotá, con la pedagogía que, como disciplina independiente, aparecía en la *Universidad Nacional*, con un fuerte respaldo de las ciencias sociales y humanas, hasta entonces bastante ausentes de los planes de estudio. Definíase así uno de los rasgos distintivos de la Normal: la interdisciplinariedad, el

---

1. Del discurso de posesión de Alfonso López Pumarejo como Presidente de Colombia (1934) tomamos lo siguiente: “No tenemos verdaderos maestros en la enseñanza primaria y secundaria [...]. El estado no se ocupa de dotar al país de instituciones que sepan lo que enseñan y lo sepan enseñar. Nuestras universidades son escuelas académicas. La situación nos obliga a buscar en profesionales extranjeros lo que los maestros nacionales no pueden ofrecer para el progreso material y científico de la nación”.

---

diálogo permanente entre las ciencias y las humanidades, la búsqueda de una formación integral, abierta a todos los horizontes del saber, sin limitaciones, llena de sana ambición [véase: Ospina 1984].

En la *ENS* se podía obtener el título de Licenciado y con una tesis el título de Doctor, que muy pocos obtuvieron. En el caso de matemáticas sólo dos obtuvieron ese título en 1951: Agustín Pérez Repizo, con la tesis (honorífica) **Aplicación de las ecuaciones diferenciales de primer orden** y Joaquín Giraldo con el trabajo **Estudio sobre series infinitas**, dirigidas ambas por Juan N. Segura. En 1956, la *Universidad Pedagógica Femenina Nacional* le otorgó el título de doctor a Alberto Vargas Muñoz, como antiguo estudiante que fue de la *ENS*, con el trabajo titulado **Las series algebraicas como introducción al cálculo infinitesimal**, dirigido por el pedagogo alemán Julius Sieber.<sup>1</sup> Los cursos más avanzados de matemáticas fueron los de geometría diferencial y de ecuaciones diferenciales que estuvieron a cargo del alemán Kurt Freudentahl,<sup>2</sup> quien daba sus lecciones sin seguir un texto determinado, según testimonio de Pérez Repizo dado a los autores. Freudentahl permaneció unos pocos años en la *ENS*, viajó a los Estados Unidos y se perdió contacto con él. En la *ENS*, hasta donde sabemos, no se enseñó curso alguno de teoría de conjuntos.

Además de Julius Sieber y Kurt Freudentahl debemos mencionar la labor ocasional como docente del matemático alemán Peter Thullen en la *ENS*.<sup>3</sup> La *ENS* duró apenas veinticinco años pero dejó honda huella

- 
1. Lo que sigue se ha tomado de los archivos de la *Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*, Tunja (en los cuales se conservan los de la *ENS*). Los jurados de la tesis de Pérez Repizo fueron Camilo Rubiano y Santos María Pinzón (Licenciados de la *ENS*). En la misma ceremonia se doctoró en Filología e Idiomas Max Gómez Vergara. En [Delgado 2004] encontramos un análisis de las tres tesis mencionadas, así como muchos detalles valiosos sobre la enseñanza de las matemáticas en la *ENS*.
  2. Obtuvo su título de doctor en la *Universidad Técnica de Múnich*, en 1935, con la mención *Sehr gut bestanden*, con la tesis **Bases axiomáticas comunes a los planos en las geometrías euclídea, hiperbólica y elíptica** [*Gemeinsame Axiomatische Grundlegung der Ebenen Euklidischen, Hyperbolischen und Elliptischen Geometrie*], bajo la dirección de Richard Baldus (alumno de Max Noether) y Georg Faber. Freudentahl era un judío converso pero este hecho no impidió que los nazis (1933-1945) quisieran despojarlo de su título, cosa que no ocurrió por la intervención de sus orientadores. En 1936 pensó emigrar a Bolivia, pero terminó en Colombia en la *ENS* para la misma época. La anterior información fue suministrada por Margot Fuchs, directora del archivo de la *Universidad Técnica de Munich* [cítese como HATUM.PAStud., Freudenthal].
  3. Matemático alemán, alumno de H. Behnke con quien publicó en 1934 un libro que marcó época: *Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen*. Este libro es posterior al artículo que publicó, sobre el mismo tema, con Henri Cartan [1932]. Más información de Thullen, y su labor como actuuario en Colombia y como docente ocasional en la *ENS* se encuentra en Ortiz [2009].
-

en la educación colombiana. En 1951, durante el gobierno de Laureano Gómez (1950-1953), por razones de índole política e ideológica, fue clausurada y transformada en dos nuevas instituciones: una para varones, la *Escuela Normal de Varones* en Tunja, que en 1953 se convirtió en la *Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia* (UPTC) y otra para señoritas en Bogotá (*Universidad Pedagógica Femenina*), que dio origen a la actual *Universidad Pedagógica Nacional* de Bogotá en 1962.

La ley sesenta y ocho de 1936 transformó a la *Universidad Nacional* reagrupando las facultades existentes en un solo campus y dándole autonomía académica; también comenzaron a abrirse espacios para carreras distintas de las tradicionales de Derecho, Medicina e Ingeniería. Había un serio interés por fortalecer las ciencias básicas y estimular la investigación entre los profesores, dándoles cierta estabilidad laboral y creando un estatuto que los regulara. Comenzaba, pues, a profesionalizarse la carrera docente. Hasta entonces la cátedra era una tarea adicional a sus labores que ejercían algunos profesionales interesados en la docencia.

Para lo que nos interesa en este trabajo se impartieron por primera vez en los años cuarenta cursos de matemática moderna y en particular un curso de introducción a la teoría de conjuntos como anotamos al comienzo de este trabajo. En la Universidad se dio especial importancia a la divulgación cultural como una manera de estar más en contacto con la sociedad y se permitió la apertura a las corrientes culturales y científicas de la época. Esto se ve claramente manifiesto en los artículos de la revista *Universidad Nacional de Colombia. Revista Trimestral de Cultura Moderna*, cuyo título suficientemente ilustrativo, fue fundada en 1944 durante la rectoría de Gerardo Molina (1944-48).

Esos cambios permitieron que en 1947 se fundara una Facultad de Ciencias y en la década de 1950 se crean la carrera de matemáticas (1951) en la *Universidad Nacional*, la primera revista especializada en el área (1952), la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* (1955) y el *Departamento de Matemáticas y Estadística* (1956), con lo cual se impulsó definitivamente el desarrollo de las matemáticas en Colombia.

Por otro lado, en la *Universidad de los Andes*, fundada en 1948, se creó el primer Departamento de Matemáticas del país dedicado a impartir todos los cursos de matemáticas necesarios en la Universidad. Allí se empezaron a usar textos norteamericanos, en contraste con los textos que se usaban en la *Universidad Nacional* como el de Sturm [1888] de análisis, para la carrera de ingeniería y los textos de Bourbaki en la carrera de matemáticas.

### Francisco Vera y la introducción de la Teoría de Conjuntos en Colombia

Vera, exilado de la guerra civil española, llegó a Colombia por invitación del entonces presidente Eduardo Santos (1938-1942) en abril de 1941. Vera, reconocido matemático español,<sup>1</sup> especialmente por sus trabajos en historia de las matemáticas, fue profesor de esta materia tanto en la *ENS* como en la *Universidad Nacional* donde fue contratado como profesor de matemáticas. Allí, entre 1941 y 1942, tuvo a su cargo cursos de aritmética analítica (esencialmente, teoría elemental de los números) en la Facultad de Ingeniería y posiblemente de cálculo diferencial (Matemáticas II) en la Facultad de Química. Con el apoyo de la *Sociedad Colombiana de Ingenieros* realizó cursillos y conferencias de divulgación de las matemáticas, en la sede de la Sociedad, en la Universidad y en el Teatro Colón. Con sus cursos y conferencias abrió el camino para que nuestra comunidad académica y cultural se diera cuenta del grave atraso en que nos encontrábamos de lo cual dejó testimonio en algunas de sus obras. Nos referimos a los textos *Principios Fundamentales de Geometría* [1943a], *Tratado de Geometría Proyectiva* [1941b], *La historia de las ideas matemáticas*<sup>2</sup> [1943c] e *Introducción a la teoría de conjuntos* [1948]. Sobre el paso de Vera por Colombia dicen Cobos y Vaquero, con toda razón, que: “Nos encontramos a un Vera que explica lo que de sobra era ya conocido en Europa pero que no había llegado aún a algunos países de Latinoamérica” [véase: Cobos y Vaquero 1999]. Efectivamente en su libro *Introducción a la Teoría de Conjuntos*, a manera de prólogo, Vera comienza una ‘advertencia al lector’ en la cual afirma:

Esta obra es la reconstrucción aproximada del curso que sobre teoría de conjuntos dicté durante los meses de septiembre y octubre de 1942 en Bogotá por honroso encargo de la *Sociedad Colombiana de Ingenieros*, que realizaba el enorme esfuerzo de organizar conferencias de matemática pura puesto que la que se explicaba en la *Universidad Nacio-*

- 
1. “En julio de 1967 moría en Buenos Aires (Argentina) Francisco Vera, a quién se puede considerar como el más importante historiador de la Ciencia en España. Fue un español, igual que muchos otros, forzado por ser coherente con sus ideas a exiliarse a tierras americanas, donde se le abrieron puertas merced a sus muchos saberes y pese a las carencias en que se produjo el transtierro. Baste recordar las palabras que el propio Vera puso en la introducción de las *Nociones de Aritmética Moderna* (Bogotá, Instituto Gráfico, 1943): ‘Sólo he dispuesto del tiempo estrictamente indispensable para ordenar los escasos papeles y apuntes, y ningún libro, que pude salvar de la hecatombe que me obligó a exiliarme’. Su producción científica se nos antoja muy importante, además de ser casi desconocida por razones bien comprensibles, aunque no siempre explicadas” [Cobos y Pecellin 1997].
  2. Los primeros capítulos del libro fueron publicados por entregas entre 1942 y 1943 en los *Anales de Ingeniería*.
-

*nal* tenía carácter más concreto que abstracto, ya que no existía en Colombia la Facultad de Ciencias creada recientemente.

El libro de Vera es uno pequeño publicado por la Editora y Distribuidora del Plata, Buenos Aires, en 1948.<sup>1</sup> En los seis capítulos que constituyen el libro de Vera hace una presentación histórico-filosófica de la teoría de conjuntos, deteniéndose en los puntos técnicos más relevantes. No se detiene en la parte operativa de la teoría y no tiene ejercicios. Presenta los resultados más impactantes de la teoría como son la existencia de diferentes tipos de infinito, primero mostrando que los racionales y los naturales tienen la misma cardinalidad, para luego mostrar como los reales tienen una cardinalidad diferente de la de los naturales. Muestra, en el capítulo *Continuo de varias dimensiones*, como el continuo, independiente de su dimensión, tiene la misma potencia a través de curvas como las de Peano, la de Koch, o la de Gonsseth que prueban que un área plana puede ser reemplazada por una curva. Con la demostración de Cantor de que el cuadrado y su lado son equipotentes, prueba que la recta y el plano tienen la misma cardinalidad. Luego muestra algunas implicaciones de la teoría de conjuntos en el análisis al mostrar cómo se hizo necesario definir el concepto de ‘medida’ de un conjunto de puntos de manera tal que pudiera desempeñar un papel análogo al que representaban los conceptos de longitud, área y volumen en la geometría clásica.

Luego de haber probado que  $\aleph_0 < F < \mathfrak{f}$ , ( $\aleph_0$  la potencia de los naturales,  $F$  la potencia del continuo y  $\mathfrak{f}$  la potencia del conjunto de todas las funciones de una variable real) hace la pregunta ¿Existe un conjunto cuya potencia esté comprendida entre éstas y, en particular entre la del numerable y la del continuo?<sup>2</sup> Con lo cual presenta la ‘hipótesis del continuo’, como un problema que no ha sido resuelto todavía [véase: Vera 1948, 94].

El capítulo IV está dedicado a los conjuntos ordenados y conjuntos bien ordenados. La noción de orden le permitirá referirse a las cortaduras de Dedekind y al teorema de Bolzano-Weierstrass. Por su lado, la noción de conjunto bien ordenado lo llevará a compararlos (conjuntos semejantes) para terminar el capítulo con la sección titulada ‘Números transfinitos’ extractada directamente de los trabajos originales de Cantor. El capítulo V está dedicado a la aritmética de los números transfini-

1. Tamaño 17 x 14 cm., 190 páginas.

2. Este problema, como sabemos, fue resuelto negativamente apenas en 1962 con los trabajos de Cohen, que complementan los de Gödel de 1940, que prueban que tanto la ‘hipótesis del continuo’ como el ‘axioma de elección’ son independientes de los demás axiomas de la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel.



tos, suma, multiplicación, potenciación de ordinales y paso al límite de sucesiones transfinitas. Un apartado nos llamó especialmente la atención: titulado ‘Inducción transfinita’ atribuye el método de inducción (completa) a Francesco Maurolico [1575], monje del siglo XVI, y a Jacobo Bernoulli,<sup>1</sup> se trata del bien conocido ‘Principio de inducción matemática’, conocido también como el ‘quinto postulado’ de Peano, en su axiomatización del sistema de los números naturales. Termina el capítulo con la aritmética de los cardinales. En el VI y último capítulo presenta Vera las paradojas más conocidas de la teoría de conjuntos, las de Russell y de Buralli-Forti. Da luego la axiomatización de Zermelo como una de las soluciones a las paradojas y en seguida las de Fraenkel y de von Neumann hechas con el mismo fin. El numeral 51 es la última sección del libro y está dedicado al ‘Estado actual de la teoría’.

La bibliografía es sorprendente si pensamos que comenzó a escribir su curso en Colombia donde el acceso a revistas especializadas de matemáticas era prácticamente imposible. Según él mismo cuenta, su biblioteca tuvo que ser abandonada al salir para el exilio. Más de cien autores aparecen en el índice de nombres mencionados en su libro. La mayoría de ellos de la mayor relevancia en la matemática de la segunda mitad del siglo XIX y la primera mitad del XX. Recordemos que el libro fue publicado en 1948, seis años después del curso, y culminado en Argentina donde seguramente encontró una buena biblioteca y acceso a la bibliografía que menciona.

Este curso debió sorprender enormemente a su público, pues como pretendemos mostrar con este trabajo fue la primera vez que se tocó públicamente este tema en Colombia. Por otra parte, es muy difícil verificar el impacto del curso entre los ingenieros colombianos que enseñaban matemáticas por esa época.<sup>2</sup> Sabemos sí que ese curso impactó a Mario Laserna, en ese entonces estudiante de Derecho del *Collegio del Rosario*, quien afirma que gracias a ese cursillo se dio cuenta

---

1. En su demostración de la llamada ‘desigualdad de Bernoulli’:  $(1 + a)^n > 1 + na$ , para todo  $n \in \mathbf{N}$ .

2. Para la época en que Vera estuvo en Colombia la matemática hacía parte del oficio de los ingenieros. Estos eran los profesores de matemáticas de nivel superior en las pocas universidades en que se podía cursar la carrera de ingeniería [véase: Sánchez 2007]. A los ingenieros podemos, pues, considerarlos como los ‘matemáticos’ colombianos hasta la creación de la carrera de matemáticas en 1951. Entre ellos, figura destacada fue Julio Garavito Armero, quien desconoció los importantes desarrollos de la matemática del siglo XIX. Por ello no es de extrañarse que las ideas novedosas expuestas por Vera debieron causar un fuerte impacto entre los ingenieros de la época, particularmente entre uno de sus más fieles seguidores y defensor a ultranza de sus trabajos Jorge Álvarez Lleras. Por ejemplo, tenemos noticia de la polémica que se dio en Bogotá por el *Tratado de geometría proyectiva* de Vera [1941b] [véase: Cobos y Vaquero 1999].

de que la matemática que se hacía en Colombia estaba muy atrasada, lo cual le motivó a irse a la *Universidad de Columbia* a estudiar matemáticas. Obtuvo allí, en 1948, un *Bachelor of Arts* con un *Major* en matemáticas. A su regreso al país fundó con un grupo de intelectuales colombianos la *Universidad de los Andes* [véase: Sánchez, 1998].

En 1943, Vera dictó un curso en la *Universidad Nacional* cuyo título es bien significativo para esta historia: ‘Iniciación a la Matemática Moderna’. Aunque en la primera parte aborda temas de aritmética, algebra y geometría es claro que su enfoque no es el de la matemática clásica. La última parte del curso trató temas de topología [véase: Cobos y Vaquero 1999]. Vera dejó además varios textos publicados en Colombia en los que se puede apreciar su enfoque ‘moderno’ de las matemáticas. Entre ellos podemos mencionar *Metodología de la Matemática elemental* [1942] y *Nociones de aritmética moderna* [1943b]. Finalmente, Vera dejó el país en 1944 por razones de salud de su esposa, a quien la altura de Bogotá afectaba seriamente, para radicarse en Argentina donde él murió en 1967.

### **Waldemar Bellon el divulgador de la ciencia y de la teoría de conjuntos**

Uno de los puntos centrales del Programa de Reforma del movimiento estudiantil de Córdoba para la educación superior era la ‘Extensión y difusión cultural’ en las universidades con el fin de ampliar la base del contacto cultural con los diferentes sectores sociales, especialmente las mayorías populares. Pues bien, la *Universidad Nacional* se preocupó por lograr este objetivo muy particularmente en la rectoría de Gerardo Molina (1944-1948). Además de numerosos cursos libres, conferencias, presentaciones artísticas (conciertos, ballet), fundó la *Revista de la Universidad Nacional* ya mencionada, publicación de divulgación científica y cultural en la cual la palabra ‘moderna’ fue estratégicamente elegida por sus fundadores; pues para ellos significaba que “La Universidad se sitúa en un plano moderno como es el de una constante difusión de la ciencia”. En la Revista se puede apreciar efectivamente el interés por la ciencia, y las nuevas áreas de conocimiento que empiezan a cultivarse en la Universidad. Los artículos, todos ellos de excelente calidad, fueron escritos especialmente para la revista por la nueva generación de intelectuales nacionales, como Andrés Holguín, Daniel Arango, Fernando Charry, Danilo Cruz Vélez, o León de Greiff y extranjeros como Aldous Huxley, Juan David García Bacca, o Arthur P. Whitaker. La publicación, considerada como revista científica, fue muy bien acogida por la opinión pública. En ella se publicaron en la Sección de Ciencias Físicas y Matemáticas dos artículos de divulgación matemáti-

ca sobre la teoría de conjuntos: “Cantor el conquistador del infinito”, y “Nuevas perspectivas en la Matemática Moderna”, firmados por Waldemar Bellon. A la par en la sección de Filosofía, Letras y Artes se publicó un interesante artículo del filósofo español, José Ferrater Mora titulado “El Infinito: esquema para una historia de su idea”, en el cual el autor hace un valioso recorrido histórico de este concepto desde los griegos hasta los desarrollos del infinito matemático de su época, tema de los artículos mencionados. En todos los casos es de resaltar una bibliografía actualizada para la época, con valiosas fuentes para quienes quisieran profundizar en los temas tratados.

Bellon<sup>1</sup> exilado matemático alemán llegó al país en 1938 y pronto se vinculó a la comunidad académica de Bogotá. Fue un excelente colaborador de la *Revista de la Universidad Nacional* y de la *Revista de las Indias*, fundada, ésta última, en 1936 como órgano de divulgación cultural del Ministerio de Educación y que a partir de 1938 se convirtió

---

1. Waldemar Bellon nació en la ciudad de Cannstatt, hoy un barrio de Stuttgart, Alemania el 29 de abril de 1907, hijo de un comerciante del sector y el tercero de cuatro hijos. Terminados sus estudios básicos ingresó a la universidad de Tubinga donde estudió matemáticas y física bajo la dirección de los profesores Martin Wilhem Kutta, Konrad Knopp y Erick Kamke. Escribió su tesis sobre funciones convexas y se graduó con honores a finales de los años 20. Empezó luego estudios propios que publicó en varias revistas y periódicos, especialmente sobre física y astronomía. Se dedicó a la docencia y a la investigación en el área de las matemáticas. Bellon, luego de la ascensión al poder de Hitler, integró grupos activistas que trabajaban contra el proyecto de raza superior y dominación propuesto por el nazismo. Dentro de esas actividades hizo parte de un grupo de personas que a través de una emisora clandestina, lanzaba arengas contra el gobierno y su mandatario. Fue denunciado por parientes cercanos afectos al movimiento; fue detenido y encarcelado en la ciudad de Ulm, al sur de Alemania. Sus compañeros de universidad lograron establecer una defensa y gracias a la intervención de personas influyentes de la intelectualidad y la academia de la región, el caso llegó a manos de un juez, amigo de infancia de Bellon. Luego de una condena bastante breve para un caso de este tipo, el juez le concedió permiso y visa para viajar a Chile, supuestamente para investigar y hacer reportajes sobre la enorme colonia alemana residente en el sur del continente. Huyó del barco al desembarcar en Buenaventura en el mes de septiembre de 1938, para casarse en Bogotá con Lisle Benkendörfer, hermana de un compañero suyo de colegio y quien había huido de Alemania en abril de 1938, con destino Colombia. Un primo suyo había llegado a comienzos de los años 30 a este país para fundar el Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Bellon rápidamente se integró a la comunidad académica bogotana y empezó a dictar clases privadas y en algunas instituciones de educación de inglés y matemáticas. Entre ellas el *Colombo Americano* y la *Universidad Javeriana* en la cual fue, según nuestras fuentes, el primer profesor no católico. Bellon era protestante luterano. En los años 50, se convirtió en corresponsal de la agencia de noticias inglesa *Reuters*, y de varios servicios de noticias como el *Copley News Service* de Estados Unidos, y otras agencias de Inglaterra y Alemania. Murió de un infarto el 25 de octubre de 1962. Entre sus cuatro hijos se encuentra Manolo, reconocido periodista de radio, quien muy gentilmente nos dio algunos datos de su padre que complementan la presentación que sobre sus colaboradores hacia la *Revista de la Universidad Nacional*.

en órgano internacional de escritores hispanoamericanos. Esta revista “contiene en las páginas de sus numerosos volúmenes (1936-1951) las huellas del exilio de muchos refugiados republicanos españoles desplazados por la guerra civil y sus secuelas represivas, como también las de los afectados por la cruenta persecución fascista que tuvo como marco la segunda guerra mundial” [Restrepo 1990]. Bellon se convirtió, casi con certeza, en el primer divulgador de la ciencia moderna en Colombia como veremos a continuación.

El ensayo de Bellon titulado ‘Cantor el conquistador del infinito’ fue publicado en 1945 con motivo del centenario del nacimiento de Georg Cantor. En el epígrafe se afirma que ‘es el primer trabajo que entre nosotros se dedica a este genial escalador de los cielos, para usar una expresión de Hermann Weyl’; y que ‘el lector encontrará en este ensayo una oportunidad aprovechable para acercarse a Cantor y con él a un gran sector de la matemática moderna’. El artículo está dividido en doce secciones. En la primera titulada ‘El hombre’ describe muy brevemente a Cantor a quien presenta como un ‘gran revolucionario’ un ‘transformador de todos los valores tradicionales’. Resalta además su labor organizativa y publicista, ya que Cantor fue el fundador de la *Asociación Alemana de Matemáticas*, uno de los principales centros de discusión y desarrollo de las matemáticas de su época en Alemania. A partir de la segunda sección ‘¿Qué es un conjunto?’, en la cual da la definición de conjunto que se encuentra en los *Beiträge* de Cantor (1895, 1897), Bellon presenta de manera sencilla y didáctica los conceptos básicos de la teoría de conjuntos de Cantor enmarcándolos desde una perspectiva histórica. Aunque llama ‘iguales’ (y usa el símbolo  $=$ ) a conjuntos que Cantor llamó ‘equivalentes’, para los cuales existe una correspondencia biunívoca entre ellos, hace la anotación de que otros autores prefieren llamarlos coordinables.

En seguida Bellon hace una reflexión sobre lo que ha sido la idea del infinito y la manera como Cantor lo introduce a pesar de la desconfianza que desde la antigüedad se le tenía al concepto; continúa con la demostración de que los números racionales y los algebraicos son enumerables. La siguiente sección la dedica a la demostración de 1874, por reducción al absurdo, de que los reales no son equipotentes con los naturales y con ello la existencia de por lo menos dos distintos tipos de infinito. ‘Número Cardinal’, ‘El Continuo’, ‘Números cardinales más grandes’ y ‘Cubo igual a recta’ son tres secciones dedicadas a los números cardinales, en las cuales enfatiza naturalmente la existencia de cardinales infinitos cada vez más grandes y obviamente mostrará con asombro que una recta, un cuadrado y un cubo tienen, respectivamente,

igual número de puntos. Con dos secciones tituladas ‘Las Paradojas’ y ‘Los dos Bandos’ culmina el artículo. En la primera de ellas se describe la paradoja de Russell y en la segunda se presentan como rivales, con respecto a la forma de enfrentar las paradojas, las corrientes de Hilbert, Russell y Zermelo, por un lado, y la de Kronecker, Brouwer y Weyl por el otro. Bellon se reconoce partidario de la escuela de Hilbert y sugiere la lectura del artículo de Vera en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* al que nos hemos referido anteriormente. El artículo incluye a pie de página un extracto del capítulo sobre Cantor publicado en el libro de E. T. Bell *Men of Mathematics*, cuya primera edición en inglés es de 1937.

Creemos que influenciado por Bellon, a quien cita de manera explícita, Antonio María Gómez, profesor de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería incluyó en las primeras dos páginas de sus *Conferencias de Análisis I*, la nociones de conjunto, conjuntos iguales o coordinables, conjuntos finitos y conjuntos enumerables [Gómez *s.f.*].

En un breve ensayo de apenas cuatro páginas titulado ‘Nuevas perspectivas en la Matemática Moderna’ [1946], Bellon presenta, de manera muy escueta, las ideas de Paul Finsler matemático suizo que desarrolló una teoría de conjuntos alternativa a la de Cantor con la cual pretende salvar las paradojas de la teoría. Bellon se basa en la descripción que hace Georg Unger, alumno de Finsler, en los números treinta y nueve y cuarenta y dos de la revista *Goetheanum* (Dornach, Suiza) de 1944. Si el primer trabajo nos sorprendió por su novedad en la época en Colombia, este nos parece aún más sorprendente ya que la teoría de conjuntos de Finsler acepta los conjuntos circulares como base de su teoría, es decir, conjuntos en los cuales el conjunto puede ser elemento de sí mismo. Finsler es reconocido por sus aportes a la geometría diferencial y a la astronomía, pero su aproximación filosófica al problema de los fundamentos y su solución de las paradojas no fue acogida por la comunidad matemática de su tiempo. Finsler en cierta manera plantea el problema de indecidibilidad de ciertas conjeturas matemáticas, problema que Bellon plantea en su artículo con la pregunta ¿hay teoremas que no se pueden demostrar? Así que, si el primer artículo es una verdadera novedad en Colombia como artículo de divulgación en una importante revista del momento, más novedoso aún es que dedique unas páginas a la teoría de conjuntos de Finsler y a su concepción filosófica de la matemática. En la revista encontramos también varias reseñas hechas por Bellon de libros de matemáticas recientemente pu-

blicados, algunos en inglés, de muy diversas áreas de la matemática algunas de ellas de matemáticas avanzadas para la época.<sup>1</sup>

En 1936, se funda la *Revista de las Indias* órgano de difusión del Ministerio de Educación. Dos años después se convierte en órgano internacional de escritores Latinoamericanos dirigido por un Comité conformado por destacadas personalidades de las letras latinoamericanas. *Revista de las Indias* contiene en las páginas de sus numerosos volúmenes (1936-1951) las huellas del exilio de muchos refugiados republicanos españoles desplazados por la guerra civil y sus secuelas represivas, como también las de los afectados por la cruenta persecución fascista que tuvo como marco la segunda guerra mundial. Estas huellas del exilio quedaron perpetuadas en hechos muy significativos para la historia cultural latinoamericana, en especial la mexicana y la colombiana. Los gobiernos de Lázaro Cárdenas y Alfonso López Pumarejo dieron albergue intelectual a profesionales de todas las ramas del saber, académicos y artistas, que habían sido fustigados por la intolerancia y la barbarie [Restrepo 1990, 27].

En 1948 se abrió un espacio para asuntos científicos (antes era completamente literaria), concedido a Bellon, quien empezó a publicar “con ágil estilo periodístico, reseñas y noticias sobre los principales inventos y acontecimientos del mundo europeo y norteamericano” [Restrepo 1990, 40, 41]. La primera nota de Bellon, sobre Max Planck, la encontramos en el número ciento uno de enero y febrero de 1948: a partir del número ciento cuatro se encuentra la sección ‘Ciencias’, a su cargo, la cual aparecerá sistemáticamente hasta el cierre de la revista en 1951. En ella encontramos temas de actualidad en física, geología, astronomía, medicina, cerebros electrónicos (las primeras computadoras), o arqueología. Leer su sección era ponerse al día con muchos de los avances científicos de la época. La *Revista de Indias* fue cerrada durante el gobierno de Laureano Gómez.

---

1. Entre algunos de los libros reseñados se encuentran: *Elementos de Geometría*. Obras completas de Euclides; Biblioteca *Scriptorum Graecorum et Romanorum Mexicana*; UNAM, 1944. Traducción de Juan David García Vaca. No. 4 de 1945. *Methods of Algebraic Geometry*, por W.V. D. Hodge y D. Pedoe. Cambridge University Press, Cambridge, 1947. *Elements of Mathematical Astronomy*, por Martin Davidson. Hutchinson's Scientific and Technical Publications, London, 1947, y *Geometry of Constructions*, por T.B. Nichols y Norman Keep. Cleaver-Hume Press, Ltd. Londres, 1947, en el No. 13 de 1948. *From Euclid to Eddington*, por Sir Edmund Whittaker. Cambridge University Press, 1949 en el No. 15 de 1949.

### **Carlo Federici y los primeros pasos de la profesionalización de la matemática en Colombia**

Una de las evidencias que tenemos del atraso de la matemática en Colombia en 1940, a la llegada de Vera, son los artículos publicados en la revista de la *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (ACCEFYN)*, creada con su revista (*Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*) en 1936. La Academia, fundada con el fin de impulsar el desarrollo de la ciencia en Colombia, estaba conformada por tres secciones: Ciencias Naturales, Ciencias Exactas y Ciencias Físicas. La más débil de estas secciones era la de Ciencias Exactas y estuvo conformada por ingenieros de la *Universidad Nacional* especialmente interesados en las matemáticas y la física. Pero no hay en la revista de la Academia artículo alguno entre 1936 y 1957 de autores colombianos contemporáneos de nivel matemático. Quizás por eso Jorge Álvarez Lleras, ingeniero y Presidente de la Academia, se propuso republicar los artículos de Julio Garavito (1865-1920), su maestro, aparecidos anteriormente en los *Anales de Ingeniería* y publicar algunos de sus trabajos inéditos.<sup>1</sup> Entre los trabajos más interesantes que se encuentran en la revista en este período está uno del venezolano Francisco J. Duarte [véase: Duarte 1946; Carrizosa 1921 y Albis 1988], sobre las geometrías no euclídeas en el cual muestra los errores de Garavito cuando intenta demostrar el quinto postulado de Euclides; Garavito [1917] rechazó las geometrías no euclidianas y la relatividad en un artículo titulado ‘¿Bancarrotas de la Ciencia?’

Justamente, consciente de este atraso, el ingeniero Julio Carrizosa Valenzuela, académico de la Sección de Ciencias Exactas de la ACCEFYN, funda en 1947 en la *Universidad Nacional* una Facultad de Ciencias para impulsar entre los jóvenes el estudio de las ciencias básicas. La facultad ofrece a partir de 1948 unos cuantos cursos libres sobre matemáticas, física, química, biología, filosofía de la ciencia, entre otros temas, realizados por especialistas en el área [Arias y Sánchez 2006]. A esta facultad llega, en 1948, el matemático y físico italiano Carlo Federici,<sup>2</sup> alumno de Alessandro Padoa, a su vez alumno de Giu-

---

1. Julio Garavito, ingeniero, profesor de matemáticas y astrónomo, fue uno de los científicos más destacados de su época, particularmente por sus trabajos en astronomía, pero cometió serias equivocaciones en matemáticas, como la de rechazar las geometrías no euclidianas.

2. Sobre Carlo Federici (1906-2005), su papel en el desarrollo de las matemáticas en Colombia, su interés en mejorar la enseñanza de la misma en todos los niveles de enseñanza, y su influencia en la formación de los colombianos de las más diversas áreas de las ciencias básicas y humanas se han hecho varias publicaciones [véase: Granés y Camelo 2004; IDEP o Sánchez 2005].

seppe Peano. Federici hablará a los profesores y alumnos de la Facultad de Ingeniería de temas novedosos, como eran los ‘famosos postulados de Peano’ o el ‘cálculo proposicional’. Apenas tres años después, en 1951, Federici y sus alumnos de la Facultad de Ciencias fundaron la carrera de matemáticas como una especialización en Matemáticas Superiores con la que se podía obtener el título de Licenciado en Ciencias Matemáticas. Los aspirantes debían tener conocimientos de matemáticas del nivel de los cursos más avanzados de la carrera de ingeniería. Al año siguiente la carrera se convirtió en una carrera profesional de cinco años a la cual podían acceder los bachilleres. Desde sus comienzos, la carrera ya marcaba sus grandes diferencias con las matemáticas en ingeniería. Con el propósito de dar una idea de los cursos ofrecidos entre 1952 y 1954, podemos mencionar los cursos ‘Fundamentos de Matemática’, ‘Cálculo Operacional’ (transformaciones de Laplace y Fourier), ‘Ecuaciones diferenciales ordinarias’, ‘Funciones de una variable compleja’, impartidos por Federici; ‘Teoría de la Medida’ (Lebesgue), ‘Espacios de Hilbert’ y ‘Ecuaciones diferenciales parciales’, impartidos por J. Horváth (a quien dedicamos una sección más adelante), ‘Álgebra moderna’, ‘Geometría Diferencial’, ‘Topología General’ por Pablo Casas.<sup>1</sup> A finales de la década de los cincuenta y principios de la de los sesenta, se dictaron entre otros los siguientes cursos: ‘Metodología matemática’, ‘Análisis integral’, ‘Lógica matemática’ y ‘Ecuaciones integrales’, por Federici; ‘Topología’ por Hiroshi Uehara<sup>2</sup> y ‘Análisis diferencial’ y ‘Álgebra abstracta’ por Serge Bischler.<sup>3</sup> Todos estos cursos necesitaban de la teoría de conjuntos, de modo que ésta debió, por lo menos, ser parte introductoria de los mismos, o como efectivamente ocurrió, los estudiantes debieron aprenderlas de alguna otra manera.

La lógica estuvo ligada en este país, como era usual en casi todo el mundo, a los estudios de Filosofía y Derecho. Naturalmente se trataba de la lógica aristotélica. El primer artículo, que hemos encontrado, sobre un tema de lógica matemática lo encontramos en la *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias* en 1941. Se trata del artículo ‘El *Tertium non datur*’ en la matemática actual de Francisco Vera [1941a], en el cual el autor hace una presentación histórica de las paradojas de la

---

1. El primer egresado de la carrera y quien hizo algunos estudios de posgrado en la *Universidad de Princeton*, gracias a los contactos de Mario Laserna con Solomon Lefschetz.

2. Estudiante de Teiji Takagi. Llegó a la Universidad de los Andes en 1955 [véase: Schotborgh 2004].

3. Llegó a la Universidad de los Andes en 1955 [véase: Schotborgh 2004].

---



teoría de conjuntos y las soluciones propuestas por las escuelas filosóficas de la matemática a comienzos del siglo XX: el logicismo, el intuicionismo y el formalismo. El segundo es de Federici [1949] y se titula ‘Sobre una ley de dualidad en lógica’, publicado en la *Revista de la Universidad Nacional* en 1949, en el cual hace una analogía entre ciertas propiedades de la geometría proyectiva y propiedades de los conectivos lógicos, particularmente la disyunción y la conjunción. Un tercer artículo es de Rodrigo Noguera Barreneche quien, tomando como punto de partida la traducción francesa del libro de W. Sierpinski, *Leçons sur les Nombres Transfinis*<sup>1</sup> y sus lecturas de los libros de lógica matemática escritos por J. Barkley Rosser [1953] y Bertrand Russell [1918], discute la ley de tricotomía y su (aparente, para él) dependencia del axioma de elección y sus equivalencias y cree haber encontrado una demostración de esta ley con independencia de este axioma [Noguera 195x].

Federici había llegado al país el 8 de abril de 1948 con la intención de dedicarse al estudio y difusión de la lógica matemática. En sus primeros cursos trató de los postulados de Peano y del cálculo proposicional como ya anotamos. Sin embargo, sus tareas para formar los primeros matemáticos colombianos le hicieron diversificarse y enseñar, entre otros, cursos de análisis, álgebra, geometría elemental o geometría proyectiva. De los cursos de Federici sobre lógica y metodología en las universidades, Nacional, Pedagógica, o Javeriana de Bogotá han quedado algunas publicaciones.<sup>2</sup> En estos cursos, además de temas básicos de lógica matemática (cálculo proposicional y algunas nociones sobre cuantificadores), Federici quería mostrar la diferencia entre la matemática clásica y la moderna y las aplicaciones de esta en otras ramas del conocimiento, particularmente en la física. Es de anotar que, entre 1958 y 1960, trabajó en la Facultad de Medicina de la *Universidad Nacional* en un proyecto de neurología con el doctor Fernando Rosas. Entre los estudiantes que se beneficiaron de este trabajo estaba Rodolfo Llinás,

- 
1. W. Sierpinski. 1928. *Leçons sur les Nombres Transfinis*. Gauthier-Villars: Paris. Traducción de Emile Borel. 1ª. edición. 4ª. edición: 1950. Este libro fue el No. 1 de la famosa colección de monografías dirigida por Borel. En su comentario, Whyburn [1930] dice que al no usar Sierpinski un sistema complicado y extensivo de símbolos hace que su libro sea muy legible.
  2. *Curso de metodología y lógica matemática*, Bogotá [s.n.] 1967; *Fundamentos de lógica de física y de matemática elementales*. Bogotá Universidad Pedagógica Nacional, 1964; *Elementos de lógica y de metodología*. Bogotá, Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias Humanas. Fondo Especial de Publicaciones, 1960. *Lógica matemática*. Bogotá Universidad Pontificia Javeriana. Publicaciones, 1960. *Elementos de lógica y de metodología*. Universidad Nacional de Colombia (Medellín). Facultad de Minas, 1968.

estudiante de la *Universidad Javeriana*, quien actualmente es un reconocido investigador del Departamento de Fisiología y Neurociencias de la Universidad de Nueva York y reconoce en Federici influencia sobre su formación.<sup>1</sup> Sobre lógica propiamente dicha, Federici se limitó a la enseñanza del cálculo proposicional con un método inventado por él y que llamaban el ‘método de los palitos’. Con él Federici quería manipular las fórmulas del cálculo proposicional de tal manera que se pudiera demostrar que una fórmula era equivalente a otra de manera casi mecánica. Ese método ya lo encontramos en su artículo de 1949, pero se publicó formalmente apenas en [Federici] 1998 como un homenaje de sus alumnos, de las más diversas áreas del conocimiento, por sus cincuenta años de labor en Colombia. Entre las fuentes de Federici encontramos el célebre libro de Peano, *Formulario Mathematico* [1895-1908], en el cual además de un primer capítulo sobre lógica, Peano presenta su axiomatización de los números naturales y utiliza su nuevo lenguaje en otras áreas de la matemática como el análisis o la geometría.

Solo en 1975, por sugerencia del profesor Hernando Pérez, se instituyó un seminario de lógica matemática en la *Universidad Nacional* para estudiar el libro de Enderton [1972]. Todos aquellos profesores del Departamento de Matemáticas que habíamos sido ‘tocados’ por la lógica de Federici, y algunos otros, asistimos al seminario y la lógica se instituyó como curso obligatorio de la carrera a partir de 1980.<sup>2</sup> Es de anotar que antes de esto las nociones de lógica y teoría de conjuntos eran suplidas a nivel elemental con el libro de Allendoerfer y Oakley, *Fundamentals of Freshman Mathematics* [1959].

Mención especial debemos hacer de los artículos de Ewald Burger [1963 y 1965] ‘Problemas algorítmicos de las matemáticas’ y ‘La axiomatización y los números naturales’. En el primero trata, en dos entregas, de las máquinas de Turing, tema completamente novedoso para nuestro país, y en el segundo la construcción axiomática de los números naturales en la teoría de Cantor-Zermelo. Este es un artículo de carácter divulgativo de gran interés y novedad para la naciente comunidad matemática colombiana. Una ‘Introducción a la teoría de

---

1. En comunicación personal dada en 1994, Llinás afirmaba: Mi tesis se relacionaba con el sistema visual, y en particular con la manera como los circuitos de la retina, el tálamo y el área 17 del córtex podían simularse a través de circuitos lógicos en los que se involucraban diagramas de Venn basados en una notación de la lógica que Federici había desarrollado para el tratamiento de las funciones lógicas.

2. Entre los que asistieron al seminario se encontraba Xavier Caicedo, uno de los primeros matemáticos de la Universidad de los Andes, quien se especializó en el área en Estados Unidos y Canadá. Caicedo ha formado un buen número de estudiantes de las universidades Nacional y de los Andes.

modelos' de Ralph Kopperman [1966], la encontramos en el octavo volumen de la *Revista de Matemáticas Elementales*. Como su nombre lo indica es una presentación introductoria de la teoría de modelos.

### **El Departamento de Matemáticas de los Andes y la visita de von Neumann y Lefschetz**

Como hemos mencionado, la *Universidad de los Andes* fue fundada por iniciativa de Mario Laserna el 16 de noviembre de 1948 apoyado por un grupo de jóvenes intelectuales del país. Se quería una universidad privada de carácter laico, independiente de cualquier ideología de los partidos políticos en una época caracterizada por la violencia partidista. Los fundadores buscaban formar generaciones que lideraran un nuevo país. Más tarde, Mario Laserna visitó a la *Universidad de Princeton* donde se hizo amigo de grandes personalidades como Albert Einstein, Solomon Lefschetz y John von Neumann con quienes compartió su proyecto. Von Neumann y Lefschetz vinieron a Colombia, invitados por la *Universidad de los Andes*, por aproximadamente tres semanas en agosto de 1950 con el fin de ofrecer unas conferencias en matemáticas y física. Ambos personajes fueron miembros de la Junta Consultiva que respaldó, desde el exterior del país, la creación de la *Universidad de los Andes*. Lefschetz estaba interesado en promover el desarrollo de la matemática en Latinoamérica, como efectivamente lo hizo en México. Otra razón para la visita de von Neumann fue que su primo por línea materna Peter Aldor, reconocido caricaturista del periódico bogotano *El Tiempo*, y a quien apreciaba mucho, se había exilado en Colombia desde 1948. Esta visita ha sido excelentemente documentada en el trabajo de Fabio Ortiz [2008] del cual extraemos la mayoría de la información que sigue.

Inicialmente, von Neumann propuso los temas de constructibilidad de números, según el texto de Courant y Robbins, y la interpretación probabilística de la mecánica cuántica. La primera fue excluida pronto por Laserna ante la 'inesperada coincidencia' de que curiosamente ese tema fue expuesto el año anterior por Peter Thullen [Ortiz 2008], basado en el mismo libro, quien había estado de visita en la Universidad. La segunda tampoco era viable ya que la audiencia debía tener conocimientos, así fuera mínimos de mecánica cuántica, y ese no era el caso en Colombia. Finalmente se acordó que entre 'Geometrías no euclidianas' y 'Teoría de la integración' se prefiriera este último como tema de matemáticas y que en el área de la física tratara sobre 'Bases Experimentales de la teoría de la relatividad, tanto general como especial'.

Las conferencias de von Neumann, doce en total en inglés, se hicieron en la *Universidad de los Andes* y las de Lefschetz, cuatro en los

Andes sobre ‘Métodos del álgebra moderna’, y una sobre ‘topología’ en la *Sociedad Colombiana de Ingenieros (SCI)*; estas últimas tuvieron el apoyo de la Facultad de Ciencias de la *Universidad Nacional* según reza el siguiente anuncio en el Noticiero Cultural de la Radio Nacional. ‘Estas conferencias en castellano son auspiciadas por la Universidad Nacional y a ellas puede asistir libremente quien se sienta capaz’.

Laserna contaba que ‘a estas conferencias asistieron muy pocos y tal vez no entendieron mucho’. Entre los asistentes se encontraba José Ignacio Nieto, uno de los primeros matemáticos colombianos en obtener un doctorado, quien recuerda de esta manera la visita de tan importantes personajes: “a Lefschetz le oí hablar en buen castellano y de manera muy didáctica de ciertos resultados de Euler que aún recuerdo (el teorema del poliedro y los siete puentes de Königsberg), mientras von Neumann nos contó (en inglés) algo que yo oía por primera vez: la integral de Lebesgue y aunque entendí muy poco, estas [conferencias] me dejaron inquietudes y me estimularon mucho.”

Suponemos que a la conferencia en la *Sociedad Colombiana de Ingenieros* asistieron, además naturalmente de Federici y sus alumnos, los ingenieros Julio Carrizosa Valenzuela, Leopoldo Guerra, Hernando Morales, Arturo Ramírez Montúfar, Eduardo Caro, Luis I. Soriano Lleras y Gustavo Perry, profesores de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la *Universidad Nacional* y decididos impulsores del desarrollo de la matemática en Colombia. Algunos de estos ingenieros asimilaban bastante bien estas enseñanzas.<sup>1</sup> Probablemente otras personas distintas a estas también lo hicieron.

---

1. El primero de los autores de este trabajo, ingresó, en 1958, al Departamento de Matemáticas de la *Universidad Nacional*, recibiendo de entrada un curso de álgebra dictado, afortunadamente para él, por Luis I. Soriano Lleras, que empezó así: “Vamos a ver cosas que no conocieron en el bachillerato [por alguna razón, pensó que iba hablar de cálculo combinatorio]. Un conjunto es [...]” Luego de esto introdujo, usando los conjuntos, al cálculo combinatorio y las cortaduras de Dedekind para definir los números reales y sus propiedades, pasando luego a estudiar la teoría de las ecuaciones algebraicas usando el primer tomo de las *Lecciones de análisis* de Francesco Severi (que en ese momento se intentaba imponer como el libro de texto para los estudiantes de Ingeniería; naturalmente, estos hicieron sentir su protesta, pues ello representaba una ruptura con la tradición ‘cauchysiana’ de la enseñanza del cálculo en la Facultad de Ingeniería). Leer este libro fue una delicia. Con toda seguridad Soriano asistió a las conferencias de Vera y leyó sus artículos y los de Bellon. Personalmente, afiné mis conocimientos de teoría de conjuntos, no en el *Fascicule* de Bourbaki, sino en otros libros franceses (influenciados por la corriente bourbakista y las recomendaciones de Royaumont) como los de Claude Berge (topología), Pisot y Zamansky (matemáticas generales), los esposos Dubreil (álgebra) y en el ámbito norteamericano el hermoso libro de C. Hoffman sobre variable real, donde afinó sus conceptos sobre la integral de Lebesgue.

Durante esta visita, Lefschetz le sugirió a Laserna contratar al joven matemático húngaro John Horváth para dirigir el Departamento de Matemáticas de los Andes [*vide infra*]. Cabe mencionar que, curiosamente, en 1949, en la *Universidad de los Andes*, existía un programa de matemáticas en cuyo cuarto año había un seminario sobre ‘Teoría de conjuntos’. Este programa como tal nunca funcionó satisfactoriamente. Sólo en 1964 se inició formalmente un sólido programa de formación de matemáticos en la *Universidad de los Andes* [Schotborgh 2004].

### **John Horváth y la matemática moderna en Colombia**

La vinculación de Horváth a la *Universidad de los Andes* es relatada así por él mismo: “[...] supe por Leray [quien era mi director en el Centro de Investigaciones Científicas en París] que Lefschetz tenía un puesto para mí en Suramérica. En 1950 hicimos un contrato con Laserna y en 1951 pasé por Princeton en donde conocí a Pablo Casas y a su señora y llegué a Bogotá el 21 de mayo de ese año” [Horváth 1993].

El Departamento de Matemáticas de los Andes debía impartir todos los cursos de matemáticas en la Universidad, particularmente para la carrera de ingeniería, y los del ciclo básico al estilo de las universidades norteamericanas, en el cual los cursos de matemáticas son esencialmente iguales para todos los programas curriculares de pregrado. Como estos cursos eran todos de nivel elemental, Horváth se vinculó también a la *Universidad Nacional* donde había un grupo de profesores y estudiantes interesados en las ‘matemáticas superiores’. Como vimos, impartió cursos avanzados para la recién fundada carrera de matemáticas. Hay que destacar que para el curso de ‘teoría de la medida’ usó el libro de integración de Bourbaki como él mismo relata: “Aunque el primer volumen sobre integración de Bourbaki no había salido todavía, Dieu-donné me mandó las pruebas [de galeras] del libro, pues yo le había manifestado mi proyecto en París” [Horváth 1993]. Fue por tanto a través de él que la matemática al estilo de Bourbaki llegó a la Nacional desde los comienzos de la carrera de matemáticas; con los libros de álgebra y topología de Bourbaki y, en particular, para el caso de la teoría de conjuntos, del *Fascicule des Résultats* de su libro de teoría de conjuntos, aprendieron estas disciplinas los primeros matemáticos, por lo menos hasta los años setenta.

Pero Horváth no se limitó a sus tareas de Director en los Andes y a sus cursos avanzados en la Nacional sino que participó muy activamente en la construcción de la incipiente comunidad matemática colombiana. Así, por ejemplo, impulsó la primera revista especializada en ma-

temáticas en Colombia, la *Revista de Matemáticas Elementales* (RME),<sup>1</sup> publicada en colaboración por las Universidades Nacional y de los Andes y facilitó la llegada de importantes matemáticos extranjeros al país [véase: Sánchez 1994]. Con el canje que se obtuvo de la revista se comenzó la colección de revistas que tuvo la Biblioteca Leopoldo Guerra Portocarrero, quizás la mejor del país en matemáticas, estadística y física en su momento.<sup>2</sup>

Los contactos de Horváth permitieron, en las décadas de los cincuenta y sesenta, que a nuestro país llegaran matemáticos de la talla de Jean Dieudonné, Laurent Schwartz, Marie-Hélène Schwartz y Marc Krasner, dieran una serie de conferencias del más alto nivel y dejaran testimonio de ellas, como indicamos a continuación. La conferencia de Dieudonné, ‘Lógica y matemática’, de 1952, en la *Universidad de los Andes*, apareció en el segundo volumen de la RME. En 1953, los esposos Schwartz visitaron Colombia (del 17 de agosto al 2 de septiembre). Él ofreció, en la Facultad de Ciencias de la *Universidad Nacional*, las siguientes conferencias: ‘La teoría de las distribuciones y sus aplicaciones’ (19, 24, 26 y 28 de agosto), ‘Análisis y síntesis armónicos’ (29 y 31 de agosto) y ‘Producto tensorial topológico’ (1 y 2 de septiembre). En esta última expuso los recientes resultados de Alexander Grothendieck sobre el tema. En la *Universidad de los Andes* dictó las siguientes: ‘La enseñanza de la geometría euclídea’ (20 de agosto), ‘La creación matemática’ (25 de agosto) y ‘Espacios matemáticos y espacio físico’ (27 de agosto). Además, los esposos Schwartz, al regresar a Colombia en 1956, dictaron en la *Universidad Nacional* los cursos siguientes: Laurent Schwartz: ‘Ecuaciones diferenciales parciales elípticas’ y ‘Variedades analíticas complejas’ (de julio a octubre de 1956) y M. H. Schwartz: ‘Espacios fibrados’ (de julio a septiembre). De estos cursos se publicaron sendas notas mimeografiadas, redactadas por Horváth, que fueron prontamente traducidos al ruso.<sup>3</sup> En esta última visita, L. Schwartz participó en el *Primer Seminario Colombiano sobre enseñanza de las Matemáticas en el nivel universitario*, patrocinado por el Fondo Universitario Nacional, donde expuso las condiciones neces-

---

1. Esta revista, por iniciativa de Víctor Albis, se convirtió en 1968, en la *Revista Colombiana de Matemáticas*, que ha circulado regularmente desde entonces.

2. Hoy hace parte de la nueva Biblioteca de Ciencia y Tecnología inaugurada en la *Universidad Nacional de Colombia* en 2009.

3. Las notas del curso sobre espacios fibrados fueron republicadas por la *Universidad Nacional* y la *Sociedad Colombiana de Matemáticas* como la Monografía No. 1 de la *Revista de Matemáticas Elementales* (1963) y las del curso sobre ecuaciones diferenciales elípticas como la Monografía No. 13 de la *Revista Colombiana de Matemáticas* (1973).

rias para hacer investigación en matemáticas en el país: creación de departamentos de matemáticas (ese año se fundó el de la Universidad Nacional), permanente contacto con las comunidades universitarias y académicas a través de intercambios y publicaciones (en 1952 se creó la *Revista de Matemáticas Elementales*) y la formación de un cuerpo de jóvenes investigadores, que en la *Universidad Nacional* se inició en 1968 con el envío de algunos de sus profesores a realizar sus estudios doctorales, programa auspiciado por la *Fundación Ford*, mediante un convenio, con la creación simultánea de la maestría en 1968.

Horváth tuvo gran influencia en la formación de los primeros matemáticos colombianos y en la introducción de la matemática moderna en Colombia a pesar de su corta permanencia en el país; en 1956 se vinculó a la *Universidad de Maryland*. Sin embargo, ha vuelto varias veces y en 1998 se le hizo un homenaje especial en la *Universidad de los Andes*. En 1961, por ejemplo, dictó dos cursos, uno sobre ‘álgebra conmutativa’ usando el libro de Zariski & Samuel, y otro sobre ‘espacios vectoriales topológicos’, basado en una preedición mimeografiada de la *Universidad de Maryland*, de su libro de 1966.<sup>1</sup> A estos cursos asistieron los estudiantes de la carrera de Matemáticas de la *Universidad Nacional* y los profesores del Departamento de Matemáticas de la *Universidad de los Andes*. Esta visita de Horváth tuvo como consecuencia importante la salida de estudiantes de la *Universidad Nacional* a obtener sus doctorados: Jaime Lesmes en la Universidad de Heidelberg,<sup>2</sup> y los hermanos Carlos y Germán Lemoine en la *Universidad de Maryland*.<sup>3</sup> Cabe mencionar que ellos obtuvieron, en 1961, los tres primeros títulos de matemático que se otorgaron en el país, además de titularse como ingenieros civiles.

En 1964, estuvo como profesor visitante el matemático belga Paul Dedecker, quien realizó unos cursillos sobre grupos de Lie, variedades diferenciales y espacios fibrados, teoría de categorías y teoría de la homotopía. Sobre estos últimos temas se redactó un conjunto de notas [Dedecker 1964]. Como consecuencia de esta visita, Carlos Ruiz viajó a la *Universidad de Lille* a hacer su doctorado con Dedecker.<sup>4</sup> Las visitas de profesores extranjeros se incrementaron a partir de los años sesenta

---

1. [Horváth 1966], el libro, dedicado a Dieudonné, Grothendieck y Schwartz.

2. Dirigido por Gottfried Köthe.

3. Dirigidos John Horváth y Umberto Neri, respectivamente.

4. Carlos Ruiz Salguero. Es uno de los primeros (el sexto) egresados de la carrera de matemáticas. Obtuvo su título en 1963 y el Premio Nacional de Matemáticas en 1994. Pensaba en algún momento así: “hacer matemáticas en Colombia es como sembrar margaritas en el desierto”. ¡Es un milagro! Estudió topología de manera autodidacta con su compañero Jaime Perea (q.e.p.d) con el texto de Bourbaki.

impulsadas por convenios entre las Universidades de los Andes y Nacional con diversos gobiernos y fundaciones internacionales.

### **Yu Takeuchi y la enseñanza del análisis**

Entre los extranjeros que influyeron en la formación de los primeros matemáticos colombianos y la introducción de la matemática moderna en el país debemos mencionar a Yu Takeuchi, físico japonés, que llegó el 15 de diciembre de 1959 gracias a una convocatoria que había realizado Mario Laserna como rector de la *Universidad Nacional* (1958-1960). Además de él, otros tres japoneses habían sido seleccionados por el Consejo Directivo de la Universidad, de un grupo de treinta escogidos por el gobierno japonés, para apoyar las labores de la enseñanza de las matemáticas y la física en la Universidad Nacional de Colombia: Y. Eda, S. Hosoi, y Y. Yoshida. Su primer curso en la Universidad fue un curso avanzado de análisis vectorial para los estudiantes de matemáticas y física. Poco a poco dejó la física y se dedicó por completo al estudio y enseñanza del análisis matemático. A él se debe la publicación de textos de cálculo, de análisis, ecuaciones diferenciales y variable compleja, entre otros, de muy bajo costo para uso en las universidades colombianas. Varios de estos textos los hizo con la colaboración de colegas colombianos de la Universidad. Ha viajado por todas las regiones colombianas capacitando profesores para la enseñanza de las matemáticas a nivel universitario. Ha publicado más de veinte libros, y más de doscientos artículos tanto especializados como de divulgación. Dirigió igualmente numerosos trabajos de grado y tesis de maestría. Su trayectoria en el país y su contribución al desarrollo de las matemáticas en Colombia han sido reconocidos ampliamente por la comunidad matemática y el gobierno colombiano [Castro 2005].

### **Conclusiones**

En su estudio de 1990, Alonso Takahashi [1990, 79] considera cuatro etapas en el desarrollo e inserción de la matemática en Colombia: la matemática en Colombia antes de 1960; los años sesenta como la década de los pregrados; los años setenta como la década de los posgrados y los años ochenta como la década de la dispersión. En su análisis de la primera etapa, califica los años cincuenta como la ‘década heroica’ porque es la época de la ruptura del desarrollo de la matemática en Colombia dado que en aquel tiempo se dieron las condiciones para la existencia de la matemática como disciplina independiente de la ingeniería en nuestro país. Gracias a un puñado de ingenieros colombianos, profesores de matemáticas en la *Universidad Nacional*, a Mario Laser-



na, fundador de la *Universidad de los Andes*, y al selecto grupo de matemáticos extranjeros que nos visitaron desde la década de los cuarenta, se dio un ‘salto heroico’ a los estudios de la matemática moderna en Colombia, tal como hemos querido dejar testimonio en este trabajo. En una segunda parte por venir, destacaremos el trabajo de los primeros matemáticos colombianos para promover el estudio de la carrera de matemáticas en Colombia, y de los Licenciados en Educación que introdujeron la matemática moderna en los niveles básicos y medio de la educación en el país: es la década de los sesenta.

### **Agradecimientos**

Debemos agradecer de manera especial a nuestras asistentes de investigación Deisy Camargo y Luz Amparo Carranza, por su apoyo en la localización de buena parte del material usado en esta investigación. Igualmente debemos agradecer a José I. Nieto, Jaime Lesmes y Jesús H. Pérez por numerosas indicaciones valiosas. A la señora Margot Fuchs, directora del archivo de la *Universidad Técnica de Munich* por su oportuna colaboración. Finalmente a la *Universidad Nacional de Colombia* y a la Dirección de Investigación de Bogotá por el tiempo y el soporte dado a la realización de esta investigación.

### **Bibliografía**

- ALBIS, Victor. 1988. “Vicisitudes del postulado euclídeo en Colombia”. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **21**: 73-79.
- ALLENDORFER, Carl Barnett y Oakley, Cletus O. 1959. *Fundamentals of Freshman Mathematics*. New York: McGraw-Hill.
- ÁLVAREZ, Jairo. 2000. “Entrevista con el profesor J. Horváth”. *Matemática. Enseñanza Universitaria* **8**: 189-204.
- ÁLVAREZ, Jairo. 2002. “Entrevista al doctor Mario Laserna”. *Matemática. Enseñanza Universitaria* **10**: 107-121.
- ARIAS, Jorge y Sánchez, C. H. 2006. “Antecedentes de la Facultad de Ciencias”, contenido en Germán Cubillos (editor). *Facultad de Ciencias: Fundación y consolidación de comunidades científicas*. Universidad Nacional de Colombia. Págs. 15-58.
- BARKLEY Rosser, J. 1953. *Logic for Mathematicians*. New York: McGraw-Hill.
- BELLON, Waldemar. 1945. “Cantor, el conquistador del infinito”. *Universidad Nacional de Colombia. Revista Trimestral de Cultura Moderna* **3**: 353-373.

- 
- \_\_\_\_\_. 1946. "Nuevas perspectivas en la matemática moderna". *Universidad Nacional de Colombia. Revista Trimestral de Cultura Moderna* No. 5: 363-366.
- BEHNKE, H. 1934. *Theorie der Funktionen mehrerer komplexer Veränderlichen*. Berlín: Springer.
- BREGER, Herbert. 1995. "A restoration that failed: Paul Finsler's theory of sets", contenido en Donald Gillies (editor) *Revolutions in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press. Págs. 249-264.
- BURGER, E. 1963. "Problemas algorítmicos en las matemáticas. I." *Revista de Matemáticas Elementales* 5<sub>4</sub>: 21-30.
- \_\_\_\_\_. 1964. "Problemas algorítmicos en las matemáticas. II." *Revista de Matemáticas Elementales* 6<sub>1,2</sub>: 3-15.
- \_\_\_\_\_. 1965. "La axiomatización y los números naturales. I." *Revista de Matemáticas Elementales* 7<sub>1</sub>: 1-18.
- CARRIZOSA, Julio. 1921. "Las geometrías no euclídeas y las objeciones de Garavito". *Universidad* Nos. 19, 20, 21. Bogotá
- CARTAN, Henri. 1932. "Zur Theorie der Singularitäten der Funktionen mehrerer Komplexen Veränderlichen". *Mathematische Annalen* 106: 607-647.
- CASTRO, Iván. 2005. "Semblanza del maestro. Palabras en homenaje al profesor Takeuchi." *Matemática: Enseñanza Universitaria* (N.S.) 13<sub>2</sub>: i-v.
- COBOS BUENO, José M. y Pellecín Lancharro, Manuel. 1997. "Francisco Vera Fernández de Córdoba, historiador de las ideas científicas". *Llull* 20<sub>39</sub>: 507-528.
- COBOS BUENO, José M. y Vaquero Martínez, José M. 1999. "Matemáticas y exilio: la primera etapa americana de Francisco Vera". *Llull* 22<sub>45</sub>: 569-588.
- DAUBEN, Joseph. 1990. *Georg Cantor His Mathematics and Philosophy of the Infinite*. Princeton: Princeton University Press.
- \_\_\_\_\_. 1995. "Conceptual revolutions and the history of mathematics: two studies in the growth of knowledge (1984)", contenido en Donald Gillies (editor) *Revolutions in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press. Págs. 49-71.
- DEDECKER, Paul. 1964. *Aplicaciones de las categorías y los funtores*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia / Sociedad Colombiana de Matemáticas. (Monografías matemáticas 2) Facultad de Matemáticas. Notas redactadas por Felipe Ruiz Silva y Víctor Albis.
- DELGADO PÉREZ, Branly. 2004. *Contribución al estudio de la enseñanza de la matemática en la Escuela normal Superior de Colombia, 1936-1951*. Trabajo de grado. Cali: Universidad del Valle.
-

- DUARTE, Francisco J. 1946. "Sobre las geometrías no euclidianas. Notas históricas y bibliográficas". *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* Nos. 25-26: 63-80.
- ENDERTON, Herbert B. 1972. *A mathematical introduction to logic*. New York: Academic Press.
- FEDERICI, Carlo. 1949. "Sobre una ley de dualidad en lógica". *Universidad Nacional. Revista Trimestral de Cultura Moderna*, No. 14 (abril de 1949): 231-238.
- \_\_\_\_\_. 1998. *Arquitectura matemática de la lógica de las proposiciones categóricas*. Bogotá: Instituto Leonardo Da Vinci / Convenio Andrés Bello.
- FERRATER MORA, José. 1949. "El infinito: esquema para una historia de su idea". *Universidad Nacional de Colombia. Revista Trimestral de Cultura Moderna* No. 14: 9-23.
- GARAVITO, Julio. 1917. "Bancarrota de la Ciencia". *Anales de Ingeniería* 25: 101-107; 203-215.
- GÓMEZ, Antonio María. (s. f., pero probablemente después de 1944.) *Conferencias de Análisis, I*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. [Editadas por Eduardo Llano y David Godoy].
- GRANÉS, Magdalena y Camelo, Alfredo (editores). 2004. *Carlo Federici Casa, navegante del océano de los números*. Bogotá: IDEP.
- HORVÁTH, John. 1966. *Topological Vector Spaces and Distributions, I*. Addison-Wesley, Reading.
- \_\_\_\_\_. 1993. "Recuerdos de mis años en Bogotá". *Lecturas Matemáticas* 14: 119-128.
- JARAMILLO URIBE, Jaime. 1989. "La educación durante los gobiernos liberales, 1930-1946", contenido en *Nueva Historia de Colombia*. Vol. IV, págs. 87-110. Bogotá: Planeta.
- KOPPERMAN, R. 1966. "Introductory notes on model theory." *Rev. Colombiana Mat.* 8 (3-4): 19-31
- MAUROLICO, Francesco. 1575. *Arithmeticonum libri duo*.
- NIETO, José I. 1996. "Mis años de estudiante en Bogotá". *Lecturas matemáticas* 17: 95-104.
- NOGUERA BARRENECHE, Rodrigo. 195x. "Demostración de la ley general de tricotomía". *Studia*: vol.: 149-171.
- ORTIZ, Fabio. 2008. "La visita de John von Neumann y Solomon Lefschetz a la Universidad de los Andes en 1950. La correspondencia Mario Laserna - John von Neumann". Manuscrito inédito.
- \_\_\_\_\_. 2009. "Peter Thullen y las matemáticas en los inicios del seguro Social en Colombia". Aceptado para su publicación en *Lecturas Matemáticas*.

- OSPINA, Juan Manuel. 1984. "La Escuela Normal Superior: círculo que se cierra". *Boletín Cultural y Bibliográfico, Banco de la República* 21 (2): 3-16.
- PECELLÍN LANCHARRO, Manuel. 1988. *Francisco Vera Fernández de Córdoba*. Departamento de Publicaciones Excma. Diputación Provincial de Badajoz.
- PÉREZ REPIZO, Agustín. ca. 1990. "Comunicación personal".
- RESTREPO, Manuel. 1990. "Revista de las Indias, un proyecto de ampliación de fronteras". *Boletín Cultural y Biográfico, Banco de la República* 27 (23): 25-41
- RUSSELL, Bertrand. 1918. *Introducción a la filosofía matemática*. Buenos Aires: Editorial Losada. Traducción de Juan B. Molinari.
- SÁNCHEZ, Clara H. 1993. "Forjadores de la matemática en Colombia. Juan Horváth". *Lecturas Matemáticas* 14: 115-117.
- \_\_\_\_\_. 1994. "Algunos aspectos del patrimonio matemático colombiano. *La Revista de Matemáticas Elementales. 1952-1967*". *Mathesis* 10: 313-330.
- \_\_\_\_\_. 1995. "Forjadores de la matemática en Colombia. Otto de Greiff". *Lecturas Matemáticas* 16: 119-127.
- \_\_\_\_\_. 1996. "Forjadores de la Matemática en Colombia. José I. Nieto". *Lecturas Matemáticas* 17: 93-94
- \_\_\_\_\_. 1998. "Forjadores del desarrollo de la matemática en Colombia. Una charla con Mario Laserna". *Lecturas Matemáticas*, 19: 53-61.
- \_\_\_\_\_. 2002. "100 años de historia de la matemática en Colombia 1848-1948". *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* 26<sub>99</sub>: (239-260).
- \_\_\_\_\_. 2005. "Carlo Federici Casa. In Memoriam". *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* 24<sub>113</sub>: 600-605.
- \_\_\_\_\_. 2006. "El Departamento de Matemáticas y su impacto en el desarrollo de las matemáticas en el país", contenido en *La Facultad de Ciencias: fundación y consolidación de comunidades científicas*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. Págs. 221-256.
- \_\_\_\_\_. 2007. "Los cuadernos de Julio Garavito. Una antología comentada". *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* 31 (119): 253-266.
- SCHOTBORGH, Alberto E. 2004. *El Departamento de Matemáticas de la Universidad de los Andes. 1949-2003*. Universidad de los Andes: Bogotá.
- SCHWARTZ, Laurent. 1956a. *Ecuaciones diferenciales parciales elípticas. Revista Colombiana de Matemáticas*. Universidad Nacional de Colombia: Bogotá. Segunda edición: 1973a. Monografías

- Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia y Sociedad Colombiana de Matemáticas.
- SCHWARTZ, Laurent. 1956b. *Varietades analíticas complejas*. Universidad Nacional de Colombia: Bogotá.
- SCHWARTZ, Marie-Hélène. 1956. *Espacios fibrados*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia. Segunda edición: 1963. *Revista de Matemáticas Elementales*, Monografías Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia y Sociedad Colombiana de Matemáticas.
- SIERPINSKI, W. 1950. *Leçons sur les nombres transfinis*. Paris: Gauthier-Villars. Traducción de Emile Borel. 4ª edición.
- STURM, Charles. 1888. *Cours d'analyse*. París: Gauthier-Villars.
- TAKAHASHI, Alonso. 1990. "Estudios sobre el Estado de Desarrollo y de Inserción de las Disciplinas y Áreas del Conocimiento. Matemáticas", contenido en *La Conformación de Comunidades Científicas en Colombia*. Misión de Ciencia y Tecnología. Bogotá: MEN, DNP, FONADE. Págs. 75-216.
- TAKEUCHI, Yu. 1977. "Formación de matemáticos en Colombia". *Matemáticas. Enseñanza Universitaria* N° 3: 3-46.
- VERA, Francisco. 1941a. *El tertium non datur*. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* 4 (14): págs.236-239.
- \_\_\_\_\_. 1941b. *Tratado de geometría proyectiva*. La Habana: Cultural.
- \_\_\_\_\_. 1942. "Metodología de la Matemática elemental". *Educación* No. 4 (junio-julio): 427-440.
- \_\_\_\_\_. 1943a. *Principios fundamentales de geometría*. La Habana: Cultural.
- \_\_\_\_\_. 1943b. *Nociones de aritmética moderna*. Bogotá: Instituto Gráfico.
- \_\_\_\_\_. 1943c. *La historia de las ideas matemáticas*. Sociedad Colombiana de Ingenieros, Bogotá: Editorial Centro.
- \_\_\_\_\_. 1948. *Introducción a la Teoría de Conjuntos*. Buenos Aires: Editora y Distribuidora del Plata .
- VILLEGAS, Graciela. 1992. *Sobre el curso de cálculo diferencial e integral 'à la Cauchy' de Julio Garavito, 1912*. Tesis de maestría. Cali: Universidad del Valle.
- WHYBURN, G. T. 1930. "Book Review. W. Sierpinski. Leçons sur les nombres transfinis". *Bull. Amer. Math. Soc.* 36: 175-176.

