Tres Disciplinas Básicas

Gonzalo Zubieta Russi

Las disciplinas comúnmente llamadas *lógica, ética y estética*, tienen su origen en manifestaciones que solemos encontrar en el discurso ordinario, en la conducta social y en la cultura popular, respectivamente. Extraerlas de ahí en forma depurada, para beneficio y deleite de quienes aspiren a dominarlas, ha sido, y sigue siendo, preocupación de pensadores prácticos. La influencia recíproca entre estas disciplinas se hace patente cuando tratamos de subordinar a una de ellas las otras dos. Por ejemplo, cuando queremos explicar lo bueno y lo bello en términos racionales, o cuando hablamos de integridad en el raciocinio y autenticidad en el arte, o, finalmente, cuando nos referimos a lo bello de un raciocinio o de una acción. Un rasgo común a todas ellas es la creencia generalizada de que la mayoría de los adultos tienen la madurez suficiente para practicarlas: que es cuestión de seguir las recomendaciones apropiadas en cada caso. Se ignora, por ejemplo, la existencia de barreras, en todos nosotros, que nos impiden seguir las recomendaciones, por acertadas que sean.

En vista de lo anterior, el cultivo y la difusión de tales disciplinas debe ser tarea urgente de las instituciones educativas. Pero, a fin de impulsarlas, no basta que se las incluya en los planes de estudio, como tantas veces se ha hecho. Es necesario introducir amenos sistemas de enseñanza al respecto, que produzcan hábitos agradables de practicar. El material que se ha de ofrecer debe ser atractivo, infundir respeto en el alumno, y sensibilizarlo en los valores respectivos. Debe tener algo de juego, algo de arte, algo de magia. Este es un proyecto al que me quiero referir, tomando como modelo la lógica, por ser la única de las tres disciplinas sobre

MATHESIS 4(1988), 301-305

la cual tengo alguna experiencia de su aplicación en el aula.

Tratándose de la lógica, si se quiere sensibilizar al alumno en el arte de razonar, hay que recurrir a ejemplos ingeniosos del dominio popular, como los siguientes:

(A) *Si* x *es hermano de todo hermano de* y *entonces* x *no es hermano de* y.
(B) *Si* x *paga por todos, y sólo* y *paga por* x, *entonces* x *es* y.

Demostración de (A):

(1) x es hno de todo hno de y	Hpt
(2) para todo t, si t es hno de y entonces x es hno de t	(1)Trad
(3) Si x es hno de y entonces x es hno de x	(2)Part
(4) x no es hno de x	Def
(5) x no es hno de y	(3)(4)Toll

A la derecha de cada paso aparece su *registro*: Hpt si es la hipótesis, (1)Trad si se infiere de (1) por traducción, (2)Part si se infiere de (2) como caso particular, Def si vale por definición, (3)(4)Toll si se infiere de (3) y (4) por modus tollens.

Demostración de B:

(1) x paga por todos	Hpt
(2) para todo t, x paga por t	(1)Trad
(3) x paga por x	(2)Part
(4) sólo y paga por x	Hpt
(5) para todo t, si t paga por x entonces t es y	(4)Trad
(6) si x paga por x entonces x es y	(5)Part
(7) x es y	(6)(3)Pons

La primera dificultad, para percibir el valor de estos ejemplos, consiste en que los que creen tener mucha prisa se mecen en un columpio que pasa a gran velocidad por esta zona plácida. Pero no hay tal prisa. El que de verdad la tiene, tiene prisa de que las cosas se hagan bien, y por eso se detiene en estos ejemplos con la debida serenidad, para extraer de ellos toda enseñanza dialéctica que encierran. Pero, ¿cómo hacemos para saber si hemos logrado ésto? Simplemente, tratando de reproducir una de estas demostraciones, sin el modelo a la vista, y repitiendo el intento hasta que nuestra demostración coincida cabalmente con el modelo. No es problema de memorización, sino de coordinación. Para afrontarlo con éxito, el alumno recibirá previamente un entrenamiento en *traducción, uso de definiciones* e *inferencia lógica*.

Sólo demostraciones de este tipo permiten descubrir las barreras del alumno, y superarlas. Quien lo ponga en duda, trate de comparar estas demostraciones formales con las correspondientes demostraciones materiales que ofrezco a continuación: *Si* x *es hermano de todo hermano de* y *entonces* x *no es hermano de* y: En efecto, en el conjunto de los hermanos de y sólo hay hermanos de x, luego x no está ahí. *Si* x *paga por todos y sólo* y *paga por* x, *entonces* x *es* y: En efecto, si x paga por todos entonces x paga por x, y como sólo y paga por x, x tiene que ser y. Estas demostraciones materiales son suficientes para el alumno que no tiene barreras de éste género, pero no exhiben las barreras del que las tiene. Una vez que el alumno haya superado, con la ayuda del profesor, las barreras en la demostración formal, entenderá por primera vez la demostración material. Esta observación habrá de tenerla presente en la redacción de ciertos libros de texto.

El *esquema de razonamiento* empleado aquí es el de una cadena de proposiciones $P_1, P_2, \ldots, P_n$, llamadas *pasos*, tales que P_n es la tesis, y cada paso es un resultado conocido, o es la hipótesis, o se infiere de pasos anteriores mediante algún resultado conocido. Por *resultado conocido* entendemos cualquier proposición cuya validez se haya demostado antes, o que forme parte de una definición. Para practicar este esquema, no cualquier ejemplo se presta. Las proposiciones a demostrar deben ser de contenido accesible, provistas de un elemento de sorpresa, ya que el móvil del razonamiento está en el interés que despierte el tema en cuestión. Afortunadamente, hay fuentes inagotables de estos ejemplos. He aquí otra muestra:

(C) *Si* x *dice que nadie es veraz entonces* x *no es veraz.*

Demostración indirecta:

(1) x es veraz	Tesis contraria
(2) x dice que nadie es veraz	Hpt
(3) nadie es veraz	(1)(2)Def de veraz
(4) para todo t, t no es veraz	(3)Trad
(5) x no es veraz	(4)Part

A partir la tesis contraria se ha llegado a una contradicción, lo que demuestra la imposibilidad de dicha tesis. Como demostración material de (c) tenemos: *Si* x *dice que nadie es veraz entonces* x *no es veraz*: Pues, si x es veraz, la frase *nadie es veraz* es verdadera porque lo dice x, y falsa porque alguien es veraz, a saber x.

Mi experiencia con diversos grupos me demuestra que tal esquema formal, junto con los ejemplos apropiados, logran lo que es imposible por otros caminos, a saber, que el 65% de los alumnos superen, en un semestre de entrenamiento, las tercas barreras del raciocinio, causantes de los peores fracasos en matemáticas. La tarea es agradable para todos, y garantiza un buen nivel de convivencia en la clase. Constituye, además, una revelación para el profesor, que lo induce a explorar otras zonas, provisto de recursos inéditos.

Algo semejante sería deseable en ética y en estética, disciplinas de por sí difíciles, cuan importantes para la convivencia humana. Los especialistas en esas materias podrán decirnos qué tanto se puede hacer en este sentido. Me temo que haya que enfrentarse ahí a mayores esfuerzos para lograr la coordinación adecuada en el alumno. Y es que la coordinación suele adquirirse mediante ejercicios que son tediosos para la mayoría. Sin embargo, he aquí una tesis alentadora: *Cualquier tipo de coordinación puede adquirirse mediante algún juego recreativo*. Queda como reto para el ingenio encontrar ese juego donde haya que enseñar un arte determinado. La tesis se basa en el hecho de que *algunas personas adquieren la coordinación con bastante facilidad*, lo cual hace pensar que el subconsciente de esas personas despliega su juego en la dirección deseada, juego que no podemos conocer, porque el subconsciente no revela sus mecanismos. El juego que me ha funcionado en lógica debe su éxito, creo, al empleo del citado esquema deductivo *(su forma)* y a los ejemplos seleccionados *(su contenido)*. Estos ejemplos no aburren al alumno, ni al maestro, y son fuente de renovada curiosidad.

El proyecto al que me refiero es pensado para el Bachillerato, que es el nivel clave para la superación académica de cualquier Universidad. Me interesa ofrecerlo como alternativa, y someterlo al criterio de los profesores, convencido, como estoy, de que hace falta otra opción, donde la actividad sea un placer, no una tortura, donde la motivación esté en el disfrute del presente, no en su inmolación en aras de un futuro promisorio. Confío en que la experiencia derivada del manejo del esquema deductivo, por otros maestros, permita ahondar más en la naturaleza del alumno, y vislumbrar así posibilidades análogas para las otras disciplinas, insistiendo en su lado práctico: la formación de buenos hábitos. Para ello hace falta diseñar criterios adecuados, que permitan detectar las barreras corespondientes.

El proyecto que propongo aquí para la lógica debe hacerse extensivo a todas las matemáticas del Bachillerato, las cuales deberán enseñarse a partir de cero; ya que cualquier intento en contrario conduce inevitablemente al fracaso. La tarea es posible, si se entra por la vía ancha y generosa del análisis lógico, empezando con un semestre de dicho análisis, seguido de un semestre de álgebra, bien acoplado con el primero. Aprovechar el hecho de que para cada teoría matemática existen otras versiones, más sistemáticas, ricas y amenas, que la hacen accesible al principiante, y atractiva al versado. Ahí hay un camino que vale la pena explorar, sobre todo en materias obligatorias. No insistir en las versiones tradicionales, sabiendo que son rechazadas año con año. Más bien, hay que entender por qué son rechazadas. Se encontrará que parte del problema consiste en que el lenguaje que se emplea no está a la altura de las ideas que intervienen en la discusión.

Doy gracias a los maestros Carlos Álvarez y Yolanda Torres Falcón por haber escuchado una versión anterior de este artículo y por haber sugerido modificaciones que ayudaron a mejorar la presentación.