

## Solomon Lefschetz

Santiago Ramírez y

María de la Luz de Teresa

### Introducción

En 1941, Solomon Lefschetz (1884-1972), por entonces profesor de la Universidad de Princeton y matemático de prestigio y fama internacional (*cfr. curriculum vitae*) inició una serie de visitas a México con el propósito de impulsar el quehacer matemático mexicano. En este período Lefschetz recomendó a un buen número de estudiantes mexicanos para que llevaran a cabo estudios de postgrado en los Estados Unidos. Al mismo tiempo ejerció una influencia muy importante en la organización curricular de la carrera de matemáticas tanto desde el punto de vista del tipo de matemático que se buscaba producir, como desde el punto de vista de la "filosofía" que habría de subyacer a dicha formación.

Con el doble propósito de contribuir al conocimiento de nuestra historia y de ser críticos de ella, hemos iniciado un proyecto de investigación cuyos primeros resultados se presentan en este número de *Mathesis*.

En primer lugar se reproduce el curriculum de Lefschetz tal y como aparece en su expediente en el Instituto de Matemáticas. Su conocimiento no deja lugar a ninguna duda acerca de su calidad académica.

En segundo lugar, se ha recopilado una lista de los entonces estudiantes que fueron apoyados por Lefschetz. El proyecto contempla entrevistarse con cada uno de ellos.

En tercer lugar, presentamos un texto que si bien se aleja del tipo de pensamiento habitual de Lefschetz, es ilustrativo en la medida en que en él se exponen los fundamentos "filosóficos" que en cierto modo guiaron sus actividades en México. (véase: sección Artículos).

**II. Curriculum**

**SOLOMON LEFSCHETZ (1884-1972).**

Nació en Moscú el 3 de septiembre de 1884.

Ingeniero, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, París, 1905.

Doctor en Matemáticas, Clark University, Worcester, Mass., E.U.A.  
distinción "Summa cum laude", 1911.

Docencia en las universidades de Kansas y Nebraska, hasta 1924.

Profesor investigador de la Universidad de Princeton, N. J., E.U.A.,  
1933-1953. Jubilado en 1954.

Jefe del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Prin-  
ceton, N. J., E.U.A., 1945-1953.

Profesor emérito de la Universidad de Princeton, 1953.

Profesor e investigador de matemáticas de la U.N.A.M., 1954-1964.

Director del departamento de matemáticas del "Research Institute  
for Advanced Studies", Baltimore, E.U.A., 1951.

Premio "Bordin" de la Academia de Ciencias de París, 1910.

Premio "Buchard" de la American Mathematical Society, 1924.

Presidente de la sociedad Matemática Americana, 1915-1936.

Doctor "honoris causa" de la U.N.A.M., 1951.

Premio "Feltrinelli" de la Academia Lincei, 1956.

Miembro corresponsal de l'Académie des Sciences de París, 1958.

Foreign Member of the Royal Society, Londres, 1961.

Miembro de la Academia Nacional de Ciencias de los E.U.A.

Miembro corresponsal de la Academia de Ciencias de Rusia.

Doctor "honoris causa" de la Universidad de Praga, Checoslo-  
vaquia.

Doctor "honoris causa" de la Universidad Clark, Worcester, Mass.,  
E.U.A.

Doctor "honoris causa" de la Sorbona, París.

1912

- 1) Two theorems on conics. *Ann. of Math.* (2), 14: 47-50.
- 2) On the  $V_5$  with five nodes of the second species in  $S_4$ . *Bull. Amer. Math. Soc.*, 18: 384-386.
- 3) Double curves of surfaces projected from space of four di-  
mensions. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 19: 70-74.

## 1913

- 4) On the existence of loci with given singularities. *Trans. Amer. Math. Soc.* 14: 23-41. Doctoral dissertation, Clark University, 1911.
- 5) On some topological properties of plane curves and a theorem of Möbius. *Amer. J. Math.*, 35: 189-200.

## 1914

- 6) Geometry on ruled surfaces. *Amer. J. Math.*, 36: 392-394.
- 7) On cubic surfaces and their nodes. *Kansas Univ. Science Bull.*, 9: 69-78.

## 1915

- 8) The equation of Picard-Fuchs for an algebraic surface with arbitrary singularities. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 21: 227-232.
- 9) Note on the  $n$ -dimensional cycles of an algebraic  $n$ -dimensional variety. *Rend. Circ. Mat. Palermo*, 40: 38-43.

## 1916

- 10) The arithmetic genus of an algebraic manifold immersed in another. *Ann. of Math. (2)*, 17: 197-212.
- 11) Direct proof of De Moivre's formula. *Amer. Math. Monthly*, 23: 266-268.
- 12) On the residues of double integrals belonging to an algebraic surface. *Quart. J. Pure and Appl. Math.*, 47: 33-43.

## 1917

- 13) Note on a problem in the theory of algebraic manifolds. *Kansas Univ. Science Bull.*, 10: 3-9.
- 14) Sur certains cycles à deux dimensions des surfaces algébriques. *Accad. dei Lincei. Rend. (5)*, 26, 10. sem.: 228-234.

- 15) Sur les intégrales multiples des variétés algébriques. *Acad. des Sci. Paris, C. R.*, 164: 850-853.
- 16) Sur les intégrales doubles des variétés algébriques. *Annali di Mat. (3)*, 26: 227-260.

1919

- 17) Sur l'analyse situs des variétés algébriques. *Acad. des Sci. Paris, C. R.*, 168: 672-674.
- 18) Sur les variétés abéliennes. *Acad. des Sci. Paris, C. R.*, 168: 758-761.
- 19) On the real folds of Abelian varieties. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 5: 103-106.
- 20) Real hypersurfaces contained in Abelian varieties. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 5: 296-298.

1920

- 21) Algebraic surfaces, their cycles and integrals. *Ann. of Math.* 2), 21: 225-228. A correction. *Ibid.*, 23: 333.

1921

- 22) Quelques remarques sur la multiplication complexe, p. 300-307 of *Comptes Rendus du Congrès International des Mathématiciens*, Strasbourg, Sept. 1920, Toulouse, E. Privat, 1921.
- 23) Sur le théorème d'existence des fonctions abéliennes. *Accad. dei Lincei Rend.* 5), 30, 1o. sem.: 48-50.
- 24) On certain numerical invariants of algebraic varieties with application to Abelian varieties. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 22: 327-482.

Awarded the Bocher Memorial Prize by the American Mathematical Society in 1924. A translation, with minor modifications, of the memoir awarded the Prix Brodin by the Académie des Sciences, Paris, for the year 1919; for announcement, see *Acad. des Sci., Paris, C. R.*, 169: 1200-1202; and *Bull. Sci. Math.*, 44: 5-7.

## 1923

- 25) Continuous transformations of manifolds. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 9: 90-93.
- 26) Progrès récents dans la théorie des fonctions abéliennes. *Bull. Sci. Math.*, 47: 120-128.
- 27) Sur les intégrales de seconde espèce des variétés algébriques. *Acad. des Sci. Paris, C. R.*, 176: 941-943.
- 28) Report on curves traced on algebraic surfaces. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 29: 242-258.

## 1924

- 29) L'Analysis Situs et la Géométrie Algébrique. Paris. Gauthier-Villars. vi, 154 p. (Collection de Monographies publiée sous la Direction de M. Emile Borel.) Based in part on a series of lectures given in Rome in 1921 under the auspices of the Institute of International Education, and also on research conducted under the auspices of the American Association for the Advancement of Science. Nouvelle tirage, 1950.
- 30) Sur les intégrales multiples des variétés algébriques. *J. Math. Pures Appl.* (9), 3: 319-343.

## 1925

- 31) Intersections of complexes on manifolds. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 11: 287-289.
- 32) Continuous transformations of manifolds. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 11: 290-292.

## 1926

- 33) Intersections and transformations of complexes and manifolds. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 28: 1-49.
- 34) Transformations of manifolds with a boundary. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 12: 737-739.

1927

- 35) Un théorème sur les fonctions abéliennes, p. 186-190 of *In Memoriam N. I. Lobatshevskii. Kazan', Glavnauka.*
- 36) Manifolds with a boundary and their transformations. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 29: 429-462, 848.
- 37) Correspondences between algebraic curves. *Ann. of Math.* (2) 28: 342-354.
- 38) The residual set of a complex on a manifold and related questions. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 13: 614-622, 805-807.
- 39) On the functional independence of ratios of theta functions. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 13: 657-659.

1928

- 40) Transcendental theory; Singular correspondences between algebraic curves; Hyperelliptic surfaces and Abelian varieties. Chap. 15-17, p. 310-395, vol. I, of *Selected Topics in Algebraic Geometry*; Report of the Committee on Rational Transformations of the National Research Council. Washington (NRC Bulletin no. 63).
- 41) A theorem on correspondences on algebraic curves. *Amer. J. Math.*, 50: 159-166.
- 42) Closed point sets on a manifold. *Ann. of Math.* (2), 29: 232-254.

1929

- 43) *Géométrie sur les Surfaces et les Variétés Algébriques*, Paris, Gauthier. Villars. 66 p. (Mémorial des Sciences Mathématiques, Fasc. 40.)
- 44) Duality relations in topology. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 15: 367-369.

1930

- 45) *Topology*. New York. American Mathematical Society. ix, 410 p. (Colloquium Publications, vol. 12).

- 46) Les transformations continues des ensembles fermés et leurs points fixes. *Acad. des Sci. Paris. C. R.*, 190: 99-100.
- 47) On the duality theorems for the Betti numbers of topological manifolds (with W. W. Flexner). *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 16: 530-533.
- 48) On transformations of closed sets. *Ann. of Math. (2)*, 31: 271-280.

## 1931

- 49) On compact spaces. *Ann. of Math. (2)*, 32: 521-538.

## 1932

- 50) On certain properties of separable spaces. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 18: 202-203.
- 51) On separable spaces. *Ann. of Math. (2)*, 33: 525-537.
- 52) Invariance absolue et invariance relative en géométrie algébrique. *Rec. Math. (Math. Sbornik)*, 39, n. 3: 97-102.

## 1933

- 53) On singular chains and cycles. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 39: 124-129.
- 54) On analytical complexes (with J. H. C. Whitehead). *Trans. Amer. Math. Soc.*, 35: 510-517.
- 55) On generalized manifolds. *Amer. J. Math.*, 55: 469-504.

## 1934

- 56) Elementary One and Two-Dimensional Topology (a course given by Prof. Lefschetz, Spring 1934; notes by H. Wallman). Princeton University, 95 p.
- 57) On locally connected and related sets. *Ann. of Math. (2)*, 35: 11-120.

- 1935
- 58) Topology (lectures 1934-35; notes by N. Steenrod and H. Wallman). Princeton University. 203 p., mimeographed.
  - 59) Algebraicheskaia geometriia: metody, problemy, tendentsii, p. 337-349, vol. 1, of Trudy Vtorogo Vsesoiuznogo Matematicheskogo s'ezda, Leningrad, 24-30 June 1934. Leningrad-Moscow. An invited address at the Second All-Union Mathematical Congress.
  - 60) Chain-deformations in topology. *Duke Math. J.*, 1: 1-18.
  - 61) Application of chain-deformations to critical points and extremals. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 21: 220-222.
  - 62) A theorem on extremals. I, II. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 21: 272-274, 362-364.
  - 63) On critical sets. *Duke Math. J.* I: 392-412.

1936

- 64) On locally connected and related (second paper). *Duke Math. J.*, 2: 435-442.
- 65) Locally connected sets and their applications. *Rec. Math. (Mat. Sbornik)* n. s., 1: 715-717. A contribution to the First International Topological Conference, September 1935.
- 66) Sur les transformations des complexes en sphères. *Fund. Math.* 27: 94-115.
- 67) Matematicheskaia deiatel'nost' v Prinstone. *Uspekhi Mat. Nauk vyp.* 1, p. 271-273.

1937

- 68) Lectures on Algebraic Geometry 1936-37; notes by M. Richardson and E. D. Tagg. Princeton University. 69 p., plannographed.
- 69) Algebraicheskaia geometriia. *Uspekhi Mat. Nauk vyp.* 3 p. 63-77.
- 70) The role of algebra in topology. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 43: 345-359. Address of retiring president of the American Mathematical Society.



- 71) On the fixed point formula. *Ann. of Math.* (2), 38: 819-822.
- 72) Lectures on Algebraic Geometry (Part II) 1937-1938. Princeton University Press. 73 p., planographed.
- 73) On chains of topological spaces. *Ann. of Math.* (2), 39: 383-396.
- 74) On locally connected sets and retracts. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 24: 392-393.
- 75) Sur les transformations des complexes en sphères (note complémentaire). *Fund. Math.*, 31: 4-14.
- 76) Singular and continuous complexes, chains and cycles. *Rec. Math. Mat. Sbornik* n. s., 3: 271-285.

1939

- 77) On the mapping of abstract spaces on polytopes. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 25: 49-50.

1941

- 78) Abstract complexes, p. 1-28 of Lectures in Topology; the University of Michigan Conference of 1940. Ann Arbor, University of Michigan Press; London, Oxford University Press.

1942

- 79) Algebraic Topology. New York, American Mathematical Society, vi, 369 p. (Colloquium Publications, vol. 27.)
- 80) Topics in Topology. Princeton University Press. 137 p. (Annals of Mathematics Studies, n. 10). A second printing, 1951. London, Oxford University Press.
- 81) Émile Picard (1856-1941): Obituary. *Amer. Phil. Soc. Yearbook*, 1942, p. 363-365.

1943

- 82) Introduction to Non-linear Mechanics, by N. Kryloff and N. Bogoliuboff; a free translation by S. Lefschetz of excerpts from two Russian monographs. Princeton University Press. 105 p. (Annals of Mathematics Studies, no. 11). London,, Oxford University Press.
- 83) Existence of periodic solutions for certain differential equations. *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.*, 29: 29-32.

1946

- 84) Lectures on Differential Equations. Princeton University Press. viii, 210 p. (Annals of Mathematics Studies, no. 14), London, Oxford University Press.

1949

- 85) Introduction to Topology. Princeton University Press. viii, 218 p. (Princeton Mathematical Series, no. 11), London, Oxford University Press. A work originating from a short course delivered in 1944 before the Institute of Mathematics of the National University of Mexico.
- 86) Theory of Oscillations, by A. A. Andronow and C. E. Chaikin; English language edition edited under the direction of S. Lefschetz. Princeton University Press. ix, 358 p.
- 87) Scientific research in the U.S.S.R.: Mathematics. *Amer Acad. Polit. and Soc. Sci. Annals.*, 263: 139-140.

1950

- 88) Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, edited by S. Lefschetz. Princeton University Press. ix, 350 p. (Annals of Mathematics Studies, no. 20). London, Oxford University Press.
- 89) The structure of mathematics. *American Scientists*, 38: 105-111.

## 1951

- 90) Numerical calculations in nonlinear mechanics, p. 10-12 of Problems for the Numerical Analysis of the Future. Washington, Govt. Printing Office. (National Bureau of Standards, *Applied Math.* Series, no. 15).

## 1952

- 91) Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, vol. 2, edited by S. Lefschetz. Princeton University Press. 116 p. (Annals of Mathematics Studies, no. 29). London, Oxford University Press.
- 92) Notes on differential equations, p. 61-73 of Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, vol. 2.

## 1953

- 93) Algebraic Geometry. Princeton University Press. ix, 233 p. (Princeton Mathematical Series, no. 18).
- 94) Algunos trabajos recientes sobre ecuaciones diferenciales, p. 122-123, vol. 1 of Memoria de Congreso Científico Mexicano, U.N.A.M., México.
- 95) Las grandes corrientes en las matemáticas del siglo xx, p. 206-211, vol. 1 of Memoria de Congreso Científico Mexicano, U.N.A.M., México.

## 1954

- 96) Russian contributions to differential equations, p. 68-74 of Proceedings of the Symposium on Nonlinear Circuit Analysis, New York, 1953. New York, Polytechnic Institute of Brooklyn.
- 97) Complete families of periodic solutions of differential equations. *Comment. Math. Helv.* 28: 341-345.
- 98) On Liéttard's differential equation, p. 149-153 of Wave Motion and Vibration Theory. New York, McGraw-Hill. (*Amer. Math. Soc.* Proceedings of Symposia in Applied Math., vol. 5).

1956

- 99) Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, vol. 3, edited by S. Lefschetz. Princeton University Press. (Annals of Mathematics Studies). London, Oxford University Press.
- 100) On a theorem of Bendixson. *Bol. Soc. Mat. Mex.* 3: 12-27.

1957

- 101) Sobre la modernización de la geometría, *Rev. Mat. Mex.* 1: 1-11.

1958

- 102) On the critical points of a class of differential equations. Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, vol. 4, edited by S. Lefschetz. Princeton University Press. (Annals of Mathematics Studies). London, Oxford University Press.
- 103) Las grandes corrientes en las matemáticas del siglo xx. *Rev. Mat. Méx.* 4: 21-28.
- 104) Liapunov and stability in dynamical systems. *Bol. Soc. Mat. Mex.* 3: 25-29.

1959

- 105) La geometría algebraica. *Rev. Mat. Méx.* 5: 16-34.

1960

- 106) Controls: an application of the direct method of Liapunov. *Bol. Soc. Mat. Mex.*, 5: 139-143.
- 107) Teoría de la estabilidad de Liapunov. *Rev. Mat. Méx.* 7: 15-43.
- 108) Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations, vol. 5, edited by S. Lefschetz. Princeton University Press. (Annals of Mathematics Studies). London, Oxford University Press.

- 109) (With J. P. Lasalle): Recent soviet contributions to ordinary differential equations and nonlinear mechanics. *J. Math. Anal. Appl.* 2: 467-499.
- 110) The critical case in differential equations. *Bol. Soc. Mat. Mex.*, 6: 5-18.
- 111) On automatic controls. IRE Transactions on Circuit Theory.. vo. CT, 7: 517-519.
- 112) (With J. P. Lasalle): Stability by Liapunov's Second Method with Applications. Academic Press., New York.
- 113) (Con L. Cesari y J. P. Lasalle): Symposium Internacional de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. U.N.A.M y Sociedad Matemática Mexicana.

1962

- 114) (With J. P. Lasalle): Recent Soviet Contributions to Mathematics. MacMillan Co., New York.

1963

- 115) Differential Equations, Geometric Theory. Interscience, New York.
- 116) Elementos de Topología. Editorial de la UNAM.
- 117) Some mathematical considerations on nonlinear automatic controls. Contributions to Differential Equations, vol. 1.
- 118) (With J. P. Lasalle): International Symposium on Nonlinear Differential Equations and Nonlinear Mechanics. Academic Press. New York.