

El concepto de consecuencia lógica en Bernard Bolzano

Pilar Castrillo Criado

RESUMEN

La noción de consecuencia lógica siempre ha sido un objeto importante en la agenda de la filosofía. Uno de los enfoques a consecuencia más prominentes fue propuesto por el matemático y filósofo Bernard Bolzano (1781-1848) en su monumental *Wissenschaftslehre*. Las innovaciones conceptuales más revolucionarias están basadas sobre lo que él llama el método de variación. Éste consiste en la sustitución de ideas apropiadas por variables y en el examen del valor de verdad de la proposición resultante. Este ensayo está dedicado a examinar si la versión de Bolzano de consecuencia lógica es adecuada filosóficamente.

ABSTRACT

The notion of logical consequence has always been an important item on the agenda of philosophy. One of the most prominent approaches to consequence was proposed by the mathematician and philosopher Bernard Bolzano (1781-1848) in his monumental *Wissenschaftslehre*. Bolzano's major conceptual innovations are based on what is named the method of variation. It consists in the substitution of appropriate ideas to variables and in the examination of the truth value of the resulting proposition. This paper is devoted to see whether the Bolzano's account of logical consequence is philosophically adequate.

PALABRAS CLAVE: Bolzano, Tarski, lógica, consecuencia lógica, deducibilidad

KEY WORDS: Bolzano, Tarski, logic, logical consequence, deducibility

2000 MSC: 01A55, 03A05, 03B05,

1. Introducción

Los intentos de elucidación de la noción intuitiva de consecuencia lógica en términos mejor comprendidos y más claros se han sucedido a lo largo de la historia desde el momento mismo de la aparición de esta

ciencia. Tales intentos han apelado a conceptos de muy diversa índole: se la ha definido, entre otras formas, en términos de la noción modal de necesidad, en términos de mundos posibles, por medio de la noción sintáctica de deducibilidad y utilizando conceptos de índole semántica como los de validez o satisfacción. De este último tipo es, como es sabido, la definición ofrecida por Tarski en su “Sobre el concepto de consecuencia lógica”,¹ que constituye el punto de partida de nuestro actual modo de entender la consecuencia lógica, pero es también la que exactamente un siglo antes, en 1837, ofreció Bernard Bolzano (1781-1848). En esta fecha, Bolzano propuso, en efecto, explicar la relación de consecuencia lógica, a la que él denominó deducibilidad [*Ableitbarkeit*], en términos de la noción de preservación de la verdad por todo modo de sustituir los conceptos que él denominó ‘no-lógicos’. La teoría por él mantenida es la de que la relación de deducibilidad es aquella que media entre un conjunto de premisas K y una conclusión X cuando no hay ninguna sustitución uniforme de las ideas no-lógicas que haga verdaderos a todos los miembros de K y falsa a X . Aunque la definición de Tarski no habla de proposiciones sino de oraciones de un lenguaje formalizado y en ella la noción de sustitución ha sido reemplazada por las más precisas de satisfacción y modelo, la teoría tarskiana de la consecuencia lógica guarda una similitud innegable con la bolzaniana, en la que tal vez tiene sus raíces.²

A pesar de que lo novedoso de una caracterización que apela a un aparato conceptual de índole semántica en una época en la que nadie acostumbraba todavía a servirse de tales términos, lo cierto es que la definición bolzaniana de consecuencia lógica, al igual que otras de las elucidaciones de nociones lógicas que ofreció, como las de validez o analiticidad, pasará prácticamente desapercibida, o no será objeto de la debida atención, para la historiografía clásica de la lógica. Entre las razones que explicarían esta situación, las de mayor peso se cifran, en mi opinión, en dos, una que tiene que ver con el modo en que hasta hace poco solía escribirse la historia de la ciencia en general y de la lógica en particular; la otra guarda relación con las especiales circunstancias que marcaron la vida de su autor. Empezando por la primera de estas razones, es preciso señalar que Bolzano no sintió el menor interés por la construcción de cálculos lógicos, manteniéndose su pensamiento

1. Este artículo fue publicado en 1936 primero en polaco y luego en alemán en *Actes du Congrès International de Philosophie Scientifique*, VII, Paris, 1936. La versión inglesa del mismo está recogida en Tarski 1956, págs. 408-20.

2. El primero en señalar la similitud entre las teorías de Bolzano y de Tarski fue Scholz [1937, 407 y sig.], pero lo han hecho también otros muchos autores entre los que cabe destacar a: Berg [1962, 17], George en la introducción a su traducción de Bolzano 1837 [Bolzano 1972], Corcoran [1973] y Sebestik [1992].

en este aspecto al margen de la dirección en que soplaban los vientos de la modernidad. Este hecho explica la escasa o nula atención que su obra merecía a los ojos de una historiografía sólo atenta a la de quienes, como es el caso de Frege, se encargaron de diseñar sistemas lógicos deductivos, en la idea de que éste es, si no el único, sí el aspecto más relevante en el proceso de constitución de la lógica moderna. Las vicisitudes de la vida de Bolzano, por otra parte, tampoco fueron las más propicias para un acercamiento a su figura y a su obra: Bolzano fue una víctima de la represión ejercida en Checoslovaquia por las autoridades del imperio austrohúngaro del que por entonces formaba parte, ya que, en 1819, fue apartado del puesto que venía ocupando desde 1805 en la universidad de Praga como profesor de instrucción religiosa, más por sus ideas en favor de una reforma social y política que a causa de sus enseñanzas religiosas. Este cese estuvo acompañado de la prohibición de enseñar y predicar en público y de difundir sus ideas. La reclusión que seguiría como consecuencia, aunque probablemente tuvo el efecto positivo de brindarle el ocio necesario para escribir sus obras, dificultó considerablemente la propagación y discusión de sus ideas que quedaron confinadas a un reducido círculo de íntimos. Por suerte, esto no impediría que ciertos discípulos de Brentano –especialmente Höfler, Husserl y Twardowski– se interesaran por su pensamiento y lo transmitieran a las generaciones que siguieron. De especial interés resulta en este sentido la labor realizada por el último de ellos en la universidad de Lvov (en alemán, Lemberg), pues entre sus discípulos figuraban algunos de los fundadores de la escuela de Varsovia, en la que tendría lugar la formación de Tarski.¹

Como en el caso de Frege, el objetivo perseguido por el matemático de Bohemia no es otro que el de renovar la lógica para mejor adaptarla a las exigencias de una exposición precisa de las matemáticas. Esto le llevará a centrar sus esfuerzos en la tarea de asentar la idea de que las proposiciones de la lógica no son, como todavía las denominará Boole, “leyes del pensamiento” sino verdades objetivas totalmente independientes del hecho de que las conozcamos o no, creando así las condiciones iniciales para el desarrollo de la lógica moderna. Bolzano hace suya la tesis leibniziana de la necesidad de dotar a las matemáticas de una fundamentación lógica, si bien no llegaría a ser, como Frege, un logicista en el sentido estricto del término. El propósito de este último fue, como es sabido, poner de manifiesto que las leyes de la aritmética

1. Entre sus profesores allí cabe destacar a J. Lukasiewicz y a S. Lesniewski, dos de las más importantes figuras de la escuela de Varsovia.

se fundamentan en un núcleo de leyes lógicas y definiciones. Con este propósito *in mente*, empezará por construir una ‘escritura conceptual’ especialmente diseñada para la formalización de argumentos matemáticos para después ofrecer un cálculo de axiomas y reglas de inferencia en el que la relación de consecuencia es concebida en términos de la noción sintáctica de derivabilidad. Bolzano no adopta este enfoque en su caracterización de la relación de consecuencia sino que, como vamos a ver, trata de explicarla en términos de la idea de preservación de la verdad por toda sustitución de las ideas no-lógicas presentes en un argumento.

2. Claridad y objetivismo

En el pensamiento de Bolzano concurren algunos de los rasgos que se han considerado distintivos de la filosofía austriaca a partir de entonces. El primero de ellos es el de la claridad. La mayoría de los esfuerzos intelectuales de quien habría de ser llamado ‘Maestro clarificador’ [*Meister des Verdeutlichens*],¹ se centraron no en el descubrimiento de nuevas verdades sino en el análisis de lo ya conocido y en la búsqueda de fundamentos para posiciones aceptadas. En una carta a su amigo Romang, el filósofo checo habla de sí mismo en los siguientes términos:

Si quisiera describir en una palabra la diferencia esencial entre mis ideas filosóficas y teológicas y las de otros, habría de decir que estriba en el hecho de que siempre he tenido como norma la preocupación por plantear todos mis pensamientos en un nivel más elevado de claridad y distinción del que ha sido usual hasta ahora.²

Esta preocupación por la claridad y exactitud en el uso de conceptos le llevaría a criticar, y a instar a sus discípulos a tratar de erradicar, la “espantosa confusión”³ que los ‘filosofemas’ de Kant y de Hegel habían introducido en la filosofía.

De otro lado, contrariamente a la imagen kantiana del funcionamiento de la mente humana como imponiendo su propia estructura sobre la naturaleza, Bolzano subrayó la independencia del tiempo, del espacio, de la mente y del lenguaje de las proposiciones, así como de sus propiedades y de las relaciones lógicas que median entre ellas. Este objetivismo, junto con su preocupación por la claridad, constituye la marca de identidad de su pensamiento, en absoluta contraposición a la filosofía preponderante en su época.

1. La expresión es debida a Hugo Bergmann, autor de la primera monografía sobre Bolzano [Bergmann 1909, & 53].

2. Carta a Romang de 1847, citada en Berg [1962, 9].

3. Esta expresión aparece en una recomendación que le hace en esta línea a su discípulo Zimmermann [Morscher 1973, 33].

Estos dos rasgos del pensamiento de Bolzano son ya claramente perceptibles en sus escritos acerca de los fundamentos del análisis matemático, escritos que marcan sin duda un hito en la investigación de los fundamentos de la matemática. En uno de los primeros, titulado *Beiträge zu einer begründeteren Darstellung der mathematik* [Contribuciones a una presentación de las matemáticas sobre mejores fundamentos], Bolzano distingue entre la ‘conexión objetiva’ que se mantiene entre juicios verdaderos cuando uno es una consecuencia del otro y nuestro ‘reconocimiento objetivo’ de dicha conexión, para subrayar la idea de que el propósito de una exposición científica no es otro que revelar la conexión objetiva entre proposiciones, poner de manifiesto su verdadera estructura lógica:

En el reino de la verdad, *i.e.* en la suma total de todos los juicios verdaderos, prevalece cierta *conexión objetiva* que es independiente de nuestro *reconocimiento subjetivo* y accidental de la misma. Como consecuencia de esto, algunos de tales juicios son el fundamento de otros y estos últimos son las consecuencias de los primeros. Representar esta conexión objetiva entre juicios, *i.e.* elegir un conjunto de juicios y disponerlos uno tras otro de suerte que una consecuencia sea representada como tal y viceversa, me parece que es el *objetivo* que ha de perseguirse en una exposición científica [Bolzano 1810, parte II, #2; en Ewald 1996, 191-92].

A juicio de Bolzano, la presentación lógica de un sistema deductivo como es el de las matemáticas no tiene por objeto esencial instar a admitir las consecuencias a quienes admiten los principios, sino poner de relieve una cierta organización sistemática que está ahí con anterioridad a nuestro conocimiento de la misma. Bolzano no tardará en hacer extensiva esta concepción no-psicologista de las matemáticas, que anticipa las obsevaciones que sobre este tema harán más tarde tanto Husserl como Frege, a la totalidad de la ciencia. En su voluminosa obra en cuatro volúmenes, publicada en 1837 bajo el título de *Wissenschaftslehre* [Teoría de la Ciencia], presenta una concepción de la ciencia como un reino de proposiciones objetivamente verdaderas, que son independientes de cualquier sujeto cognoscente y que se organizan en una compleja estructura por medio de sus interrelaciones lógicas.¹

1. Los contenidos de esta obra, cuyo título completo es “Teoría de la ciencia o intento de una exposición detallada y, en lo fundamental, novedosa de la lógica con atención constante a otros autores”, se distribuyen en cinco bloques temáticos (Teoría fundamental, teoría elemental, teoría del conocimiento, heurística y teoría de la ciencia en sentido estricto), de los cuales sólo los dos primeros, especialmente el segundo, se ocupan de lógica en el sentido actual del término. Nos referiremos a esta obra mediante las siglas WL, seguidas de un número que se refiere al apartado correspondiente de la misma.

La noción central de la teoría lógica que en esta obra se expone es la de ‘proposición en sí’ o proposición objetiva, noción que constituye el arma de la que el lógico checo va a valerse para establecer la objetividad de la lógica y garantizar su independencia tanto de la psicología como de la epistemología.¹ Entiende Bolzano por proposición en sí [*Satz an sich*] o proposición objetiva “cualquier aserción de que algo es o no es el caso, al margen de si alguien la ha puesto en palabras y al margen incluso de si ha sido pensada.” [WL 19]. Es decir, Bolzano distingue claramente las proposiciones de sus correlatos psicológicos (juicios), de un lado, y de sus correlatos lingüísticos, de otro. “Al hablar de una proposición *enunciada* distingo claramente la proposición misma de su enunciación; de igual modo, cuando hablo de una proposición *pensada*, distingo la proposición misma del pensamiento de esa proposición” [WL 19]. Por otro lado, considera a las proposiciones como entidades compuestas, estructuradas, e introduce un término especial para estos componentes no-proposicionales de las proposiciones: el de ‘ideas objetivas’ [*Vorstellungen an sich*]. El análisis propuesto de esta noción de idea en sí o idea objetiva como un elemento componente de la proposición pone de relieve el hecho destacable de que Bolzano confiere prioridad conceptual a la noción de proposición, y no al revés, como era común en Aristóteles y sus seguidores escolásticos. Lo mismo hará Frege poco tiempo después: sus ‘pensamientos’ –noción que tantas cosas tiene en común con la proposición bolzaniana² – son previos a los conceptos a los que se llega mediante análisis de los primeros, según resume él la diferencia entre su sistema y los construidos por Boole y sus discípulos: “Yo no parto de conceptos y los pongo juntos para formar un pensamiento o juicio sino que llego a las partes de un pensamiento analizando éste” [Frege 1979, 253].

El universo bolzaniano es un universo de objetos [*Gegenstände*]. Unos tienen existencia o realidad fenoménica [*Wirklichkeit*], son reales, y otros no. Éste es el caso de las proposiciones y de sus componentes no-proposicionales, que no tienen existencia o realidad fenoménica,

1. La postulación de proposiciones objetivas o de estados de cosas (o de ambas cosas a la vez) es un recurso del que echaron mano ampliamente otros representantes de la filosofía austriaca como es el caso de Marty o de Meinong, pudiendo decirse que es un rasgo característico de las teorías lógicas desarrolladas dentro de esta tradición.

2. Aunque Bolzano denomina ‘pensamiento’ a lo que para Frege no es sino una representación y, en consecuencia, es para él algo subjetivo y no objetivo, como para Frege, estas diferencias terminológicas no deben llevarnos a engaño. De hecho, entre la noción de proposición en sí del primero y la de pensamiento del segundo existe un paralelismo innegable. Para este paralelismo y también las diferencias entre ambos conceptos, véase Künne 1997.

esto es, no son elementos del orden causal, aunque unas y otros tienen lo que él denomina “objetualidad” [*Gegenstandlichkeit*] [WL 19, 77, 137]. Para Bolzano una idea es objetual si y sólo si hay objetos que caen bajo ella o, como diríamos hoy, si denota algo [WL 42 y 49].¹ Pero las proposiciones, además de poseer objetualidad, poseen otro rasgo importante: son los objetos portadores de los valores de verdad, así como los objetos entre los que median las relaciones lógicas, como, por ejemplo, las de compatibilidad, equivalencia o deducibilidad. Respecto de la naturaleza de esta última, advierte que no siempre ha sido bien entendida, ya que “ha sido descrita como una relación entre *juicios* (*i.e.* entre proposiciones pensadas y aceptadas) y se ha dicho que esta relación estriba en el hecho de que la aceptación de una proposición conlleva la aceptación de otra”, siendo así que en realidad “es una relación entre proposiciones, la cual vale *objetivamente*” [WL 155]. Para el lógico checo, verdad y falsedad son propiedades extra-temporales de las proposiciones, aunque esta propiedad de ser portadora de los valores de verdad no puede tomarse como definitoria de lo que es una proposición debido a que nuestros actos mentales de juicio y nuestros actos de aserción también pueden calificarse de verdaderos o falsos por extensión del término [WL 23, 125].

Bolzano defiende, pues, la idea de que lo que constituye el objeto de la lógica es un tipo especial de objeto abstracto de índole no-psicológica y no-lingüística. Este tipo de postura, consistente en postular un mundo de entidades lógicas y matemáticas abstractas, distinto del mundo real y fenoménico e independiente de nuestra vida mental, recibe el nombre de ‘platonismo’. Esta postura no es infrecuente entre los matemáticos, pero el lógico checo es considerado unánimemente como uno de sus representantes más conspicuos. Sin embargo, Bolzano creía que con la postulación de proposiciones objetivas y de sus elementos, de la que hizo un arma para defender la idea de que el objeto de la lógica no se identifica ni con el juicio ni con el resultado de una preferencia, no adquiriría mayor compromiso ontológico que el del matemático que habla de la fórmula que genera todos los números primos o el del hombre que acepta que hay verdades que aún no conocemos.²

1. Bolzano distingue entre el concepto ‘hay’ [*Es giba*], que es un concepto de primer nivel y el concepto de existencia que para él, lo mismo que para Frege, es un concepto de segundo nivel.

2. Este es uno de los temas principales de la correspondencia que mantuvo con el profesor Exner, su sucesor en la universidad de Praga [Bolzano 2004].

3. La relación de deducibilidad

Para poder entender la definición ofrecida por Bolzano de la noción de consecuencia lógica, a la que, como ya hemos indicado él denomina ‘deducibilidad’, es preciso empezar por describir brevemente el procedimiento del que se vale para caracterizar tanto las propiedades lógicas más importante de las proposiciones como las relaciones entre ellas: el método de la variación de proposiciones. El uso de la variación como instrumento metodológico por parte del filósofo checo responde a su convicción de que las propiedades lógicas más importantes de las proposiciones así como las relaciones lógicas fundamentales “sólo se ponen de manifiesto cuando consideramos ciertas ideas contenidas en ellas [las proposiciones] como algo *variable* y observamos al tiempo el comportamiento de las proposiciones, obtenidas de la sustitución de las ideas originales por cualesquiera otras, con respecto a la verdad y la falsedad” [WL 154; Cf. WL 78]. La idea que subyace a este método es simple: reemplazando las ideas de una proposición se obtienen *variantes* de la misma que pueden resultar verdaderas o falsas. Así, si reemplazamos, por ejemplo, en la proposición verdadera ‘Cayo es mortal’, la idea o representación ‘mortal’ por la idea ‘omnisciente’, obtenemos la proposición falsa ‘Cayo es omnisciente’. Pero si tomamos como representación variable de esa proposición la idea ‘Cayo’, entonces cada sustitución adecuada, esto es, que cumpla con el requisito de que tenga objetualidad o sea no-vacua, generará siempre una proposición verdadera: ‘Tito es mortal’, ‘Sempronio es mortal’, etc. Una forma proposicional [*Satzform*], o la proposición correspondiente en la que ciertas ideas se consideran variables, puede generar toda una clase de variantes de la proposición dada, variantes que, como ésta, poseen un valor de verdad [WL 127, 146].¹

De acuerdo con Bolzano, dada una proposición, podríamos meramente indagar en si es verdadera o falsa, pero algunas propiedades importantes de las proposiciones pueden descubrirse si, además, consideramos los valores de verdad de aquellas proposiciones que se pueden generar a partir de ella si tomamos algunas de sus ideas componentes como variables y las reemplazamos por otras ideas cualesquiera. Pero no sólo pueden llegar a definirse mediante este método propiedades como la validez o analiticidad de las proposiciones, sino también ciertas

1. Como luego veremos, Bolzano no posee la noción de función proposicional en el sentido propio de la expresión. Por lo demás, no siempre utiliza letras variables, sino que sólo lo hace con formas en las que todos los componentes no lógicos se consideran variables. En el resto de los casos, lo que suele hacer es escribir la proposición completa e indicar a continuación cuál o cuáles términos se van a considerar variables en ella.

relaciones entre proposiciones o clases de proposiciones, como la compatibilidad, la incompatibilidad, la equivalencia o la consecuencia.

En el párrafo 155 del libro II de *Wissenslehre*, después de haber caracterizado las relaciones de compatibilidad e incompatibilidad entre proposiciones [WL 154], ofrece Bolzano la siguiente explicación de la noción de consecuencia lógica:

Consideremos primero de todo el caso de que entre las proposiciones compatibles $A, B, C, D, \dots, M, N, O, \dots$ valga la siguiente relación: todas aquellas ideas resultado de la sustitución de las ideas variables i, j, \dots que convierten en verdades a cierta parte de esas proposiciones, a saber, A, B, C, D, \dots tienen también la característica de hacer verdadera a cierta otra parte de esas proposiciones, a saber M, N, O, \dots . Esta especial relación que concebimos entre las proposiciones A, B, C, D, \dots de un lado, y M, N, O, \dots , de otro, tiene una especial importancia, ya que nos sitúa en posición de inferir la verdad de M, N, O, \dots una vez que hemos reconocido la verdad de A, B, C, D, \dots . Quiero dar el nombre de *deducibilidad* [Ableitbarkeit] a esta relación entre las proposiciones A, B, C, D, \dots de un lado, y M, N, O, \dots de otro. En consecuencia afirmo que las proposiciones M, N, O, \dots son *deducibles* de las proposiciones A, B, C, D, \dots con respecto a las partes variables i, j, \dots , si toda clase de ideas que hace verdaderas a todas las proposiciones A, B, C, D, \dots cuando se las pone en el lugar de i, j, \dots , hace también verdaderas a todas las proposiciones M, N, O, \dots . Ocasionalmente, dado que es usual, diré que las proposiciones M, N, O, \dots se siguen, o pueden ser inferidas o derivadas, de A, B, C, D, \dots .

Lo primero que hay que destacar en esta definición es que, a pesar de que su autor la denomina con un término que hoy reservamos para el concepto sintáctico de consecuencia lógica, en ella no se apela a reglas de derivación que permitan llegar a una proposición a partir de otra u otras, sino que se echa mano del concepto de sustitución (o interpretación) de ciertas ideas o conceptos variables dentro de una serie de proposiciones que preservarían la verdad en otro conjunto de ellas. El concepto que se nos está ofreciendo aquí es un concepto relativo a ciertas ideas no-lógicas, pero no a todas. No estamos, pues, todavía ante el concepto de consecuencia lógica propiamente dicho, sino ante un concepto más amplio que se corresponde bien con la práctica de nuestras inferencias normales, en las que las conclusiones no se obtienen de las premisas únicamente en virtud de la lógica sino que dependen también de supuestos tácitos compartidos por nuestros interlocutores. Es lo que sucede, por ejemplo, con inferencias tales como ‘Cayo es un hombre, luego Cayo tiene un alma inmortal’, o ‘Leipzig está situada al norte de Dresde, luego las jornadas de invierno son más cortas en Leipzig que en Dresde’, la validez de las cuales dependería de la aceptación de un

supuesto de índole teológica, en el primer caso, y de carácter geográfico, en el segundo [WL 223, 392].¹

Un poco más adelante advierte, en efecto, Bolzano que éste no es el dominio propio de la lógica, —“nadie demandará que la lógica enseñe estos tipos de derivaciones” [WL 223], pues para que se dé implicación lógica han de ser susceptibles de variación todos los elementos no lógicos de la proposición, no sólo algunos de ellos. Tendríamos un ejemplo de inferencia válida —prosigue Bolzano— en el modo en que la proposición ‘Cayo tiene un alma inmortal’ puede derivarse de las premisas ‘Cayo es un ser humano’ y ‘todos los seres humanos tienen almas inmortales’, en el que, junto con la idea ‘Cayo’, pueden considerarse variables las dos ideas ‘ser humano’ y ‘alma inmortal’. Pues para conocer que esta derivación es correcta no se necesita otra cosa que el conocimiento de la verdad general de que de dos proposiciones cualesquiera de la forma, A es B y B es C , se puede derivar una tercera, A es C . Y esto puede verse sin saber cosa alguna acerca de la naturaleza de los seres humanos, de lo que entendemos por morir, y cosas por el estilo [WL 223].

Esto es, la idea expresada en esta segunda noción de deducibilidad es la de que una proposición X es una consecuencia lógica de un conjunto de proposiciones K cuando toda sustitución de *todas* las ideas no lógicas bajo la cual son verdaderas las proposiciones de K es una sustitución bajo la cual X es también verdadera.²

Estamos aquí ante un intento de clarificación del concepto intuitivo de consecuencia lógica en el que se trata de dar cuenta de una de las propiedades que acompañan a dicho concepto: la de la formalidad. La definición del lógico checo subraya, en efecto, la idea de que una inferencia válida no se apoya en otra cosa que la simple forma lógica de las proposiciones [*die blosse logische Form der Sätze*] [WL 223], y que, por tanto, si una proposición X es derivable del conjunto de proposiciones K , entonces todo argumento que tenga esa misma forma será un argumento en el que la conclusión es derivable del conjunto de las

1. Sobre la consecuencia lógica entendida en este sentido amplio en el que tienen cabida los entimemas, véase R. George 1983.

2. En las consideraciones preliminares a la propuesta de su caracterización de la noción de consecuencia, Tarski dice que cuando una oración X de un lenguaje formal es una consecuencia lógica de un conjunto K de oraciones, el argumento con premisa K y conclusión X tiene la siguiente propiedad, a la que Tarski denomina F y que guarda un estrecho paralelismo con la aproximación propuesta por Bolzano: “Si en las oraciones del conjunto K y en la oración X , las constantes no lógicas son sustituidas de manera uniforme por cualesquiera otras constantes no lógicas del mismo lenguaje, y si llamamos ‘ K ’ al conjunto así obtenido a partir de K y ‘ X ’ a la oración obtenida a partir de X , entonces la oración X es verdadera o alguna oración de K es falsa” [Tarski 1936, 415].

premisas. La relación de deducibilidad, en este segundo sentido, a diferencia de lo que ocurre con la deducibilidad relativa, es, para Bolzano, una relación formal. El concepto de forma cobra en la obra de Bolzano un especial relieve al constituir la base de su explicación no sólo de su noción de consecuencia lógica sino también de la de verdad. Sin embargo, como más tarde veremos, Bolzano no concibió este concepto del mismo modo en que nosotros lo entendemos actualmente, como no podía por menos de ocurrir al no disponer de la noción de variable.

La relación de deducibilidad es, para el checo, una relación entre proposiciones en sí al margen de cuál sea su valor de verdad. Este es uno de los rasgos que la distingue de otra relación, a la que denominó ‘consecuencia fundamental’ [*Abfolge*] y que caracterizó como una relación que media entre dos proposiciones verdaderas una de las cuales constituye el fundamento de la otra.

La relación de deducibilidad —escribió en [WL 203]— media sólo, como es bien sabido, entre proposiciones en sí, pero lo hace al margen de si son verdaderas o falsas [...]. La relación de consecuencia fundamental tiene en común con la de deducibilidad que media también únicamente entre proposiciones, pero difiere de la primera en que nunca media entre proposiciones falsas, sino sólo entre proposiciones verdaderas, entre verdades.

Éste es, como es sabido, el modo en que Frege, preocupado por desarrollar un sistema logístico en el que probar verdades lógicas más bien que un sistema en el que deducir conclusiones a partir de premisas, concibió la relación de deducibilidad [Cf. Anotación de Frege a Jourdain 1912, 240].

El concepto bolzaniano de deducibilidad, cuya caracterización acabamos de ver, no coincide desde el punto de vista extensional con nuestro actual concepto. Por un lado, se trata de un concepto más amplio, que sanciona como válidas inferencias que no estaríamos dispuestos a considerar como tales. Por otro, es más restrictivo que el concepto clásico de consecuencia lógica, al estipularse como requisito para que medie tal relación el que las proposiciones que intervienen en la inferencia sean compatibles entre sí. Para ver que se trata de un concepto más amplio, empecemos por considerar una proposición como ‘Hay al menos dos cosas’. De acuerdo con el criterio sustitucional introducido por Bolzano para definir la noción de analiticidad o verdad lógica, esta proposición sería una verdad lógica, pues, dado el usual modo de entender la negación, la expresión de identidad y el término ‘hay’, dicha proposición sería equivalente a la proposición ‘Hay dos cosas que no son idénticas’, que no contiene ideas no-lógicas ni por consiguiente

ideas susceptibles de sustitución. Por la misma razón, argumentos como ‘hay al menos dos cosas, luego hay al menos tres cosas’ resultarán, dentro de esta consideración, válidos, cosa que no deja de sonarnos un tanto extraña.¹ Pero éste es un problema que no aqueja sólo a la interpretación de Bolzano sino a todo tipo de explicación de la noción de consecuencia lógica que no tome en consideración ningún otro factor más que la formalidad, esto es, que haga caso omiso del factor de la necesidad. Todos ellos habrán de considerarse como válidos en virtud de su forma a cualquier argumento que esté formado únicamente por proposiciones que sólo tienen términos lógicos en el caso de que ocurra que no tiene de hecho premisas verdaderas y conclusión falsa.²

Pero, si, por un lado, es un concepto más amplio que el concepto clásico, la deducibilidad bolzaniana es, por otro, un concepto más restrictivo merced a un requisito que Bolzano introduce en su definición. Me refiero a la estipulación que hace de que para que medie esta relación entre premisas y conclusión unas y otra han de tener ideas comunes. Esto quiere decir que dos proposiciones que no tengan una idea en común no pueden ser deducibles la una de la otra. “Si dos proposiciones —escribe— [...] no tienen un elemento constitutivo común, entonces es evidente que sean cualesquiera que sean las ideas de esas proposiciones que consideremos variables, seguirá sin producirse allí una relación de deducibilidad entre ellas” [WL 155]. Este requisito, que incorpora el criterio de relevancia al de preservación de la verdad, como actualmente hacen las lógicas de la relevancia, restringe considerablemente el número de inferencias válidas: así, por ejemplo, las inferencias que incluyen entre sus premisas una contradicción o las que tienen por consecuencia una proposición formalmente verdadera, que la lógica clásica sanciona como válidas al margen de si premisa y conclusión comparten o no las mismas ideas, no serían válidas conforme al criterio de Bolzano.

4. Forma y modalidad

En la obra de Bolzano hay un claro reconocimiento de que hay ciertas características de las proposiciones, como por ejemplo, la analiticidad, que corresponden a las proposiciones en virtud de su forma o, lo que es lo mismo, que corresponden a esquemas proposicionales más bien que a las proposiciones que puedan ejemplificarlos. Y lo mismo ocurre con la relación de derivabilidad, ya que verla como una relación entre pro-

1. Esta objeción ha sido formulada, entre otros, por Shapiro [2002, 234], que tacha de poco confortable semejante resultado.

2. Para este escollo de cualquier interpretación de la consecuencia lógica que sólo atienda al rasgo de la forma [Etchemendy 1990, 96-97].

posiciones en las que se consideran variables todos los elementos constitutivos de las mismas excepto los conceptos no-lógicos equivale a verla, como ya hemos señalado, como una relación basada únicamente en la forma lógica. Y es que el método de la variación o sustitución, que constituye la base para la explicación de ambas nociones, tiene la virtud de que permite conferir a la lógica su carácter formal, posibilitando que se ocupe no de proposiciones concretas sino de lo que él denomina ‘formas generales de proposición’ [*allgemeine Formen der Sätze*]:

Los teoremas [de la lógica] conciernen a toda una clase de proposiciones a la vez, i.e. a proposiciones algunas de cuyas partes están determinadas, en tanto que el resto se halla indeterminado. Así, la proposición ‘algunas personas tienen la piel blanca’ ocurre en lógica a lo sumo como un ejemplo, y no como el objeto de un teorema, en tanto que una clase de proposiciones como, por ejemplo, la clase determinada por las expresiones ‘Algunos *A* son *B*’ puede muy bien ser el objeto de un teorema. Si a esas clases de proposiciones las llamamos *formas* generales de proposición, entonces está permitido decir que la lógica se ocupa de formas más bien que de proposiciones individuales [WL 12].

Pero si es cierto que la noción de forma ocupa un lugar destacado en la obra del lógico checo, no lo es menos que se trata de una noción dista mucho de coincidir con la que hoy manejamos, como no podía ser de otro modo, dada su actitud negativa hacia el desarrollo de una escritura simbólica. Una de las mayores debilidades de la teoría lógica desarrollada por Bolzano estriba, en efecto, en la estrecha vinculación que guarda con el lenguaje natural y su gramática. Partiendo del supuesto de que existe una correlación exacta entre ciertas estructuras del lenguaje natural y ciertos fenómenos lógico-semánticos, el lógico de Bohemia, a la hora de exponer su sistema, opta por el empleo de un lenguaje que podríamos calificar de semiformalizado, en la medida en que no es otro que el alemán común entreverado con algunos términos técnicos. Un primer resultado de esta opción es la postulación de un único patrón común para todas las proposiciones que son tomadas como ejemplificaciones de la forma canónica ‘*A* tiene *b*’, en donde ‘*A*’ es la idea-sujeto y se refiere a un objeto, ‘*b*’ es la idea-predicado que la proposición atribuye a ese objeto y ‘tiene’ es la cópula encargada de vertebrar la proposición [WL 126, 127]. La decisión de contemplar todas las proposiciones como ejemplificaciones de este único modelo no puede ser más negativa en lo que a la distinción entre conceptos no-lógicos y conceptos lógicos se refiere, ya que le llevará a la necesidad de expresar estos últimos mediante símbolos que en sus formas reductivas desempeñan el mismo papel que el reservado por los empleados para la expresión de

aquéllos. Así, por ejemplo, una proposición particular como ‘Algunos *A* son *B*’ se convierte en su análisis en ‘La idea de un *A* que posee *B* es objetual (o no es vacua)’, una proposición como ‘Ningún *A* es *B*’, en ‘La idea de un *A* que posee *B* no es objetual’ y una verdad lógica como ‘Cayo es inmortal o Cayo no es inmortal’ da lugar a una paráfrasis del siguiente tenor: ‘La idea de una proposición verdadera entre las proposiciones ‘Cayo es inmortal’, ‘Es falso que Cayo es inmortal’ tiene objetualidad’. Vemos, pues, que los conceptos lógicos bolzanianos se expresan mediante la cópula y mediante ciertos términos —‘verdadero’, ‘falso’, ‘objetual’, etc.— que pertenecen a una especie de metalenguaje empleado para hablar de las proposiciones y de sus componentes.¹

Bolzano no concibe la forma lógica de una proposición como el resultado de sustituir en él de manera uniforme las expresiones no lógicas por letras esquemáticas, sino que identifica las formas con clases o especies de proposiciones generadas a partir de una proposición dada por variación.² Pero, aunque así sea, la forma lógica de una proposición y de un argumento no es una cosa absoluta sino más bien algo que depende de qué términos se va a considerar como constantes lógicas. Dicho de otro modo, su caracterización de la consecuencia lógica, como cualquier caracterización general, presupone la noción de término lógico o, lo que es lo mismo, se basa en la posibilidad de establecer una clara línea de demarcación entre las ideas no-lógicas y los conceptos lógicos, habida cuenta de que la hipótesis formulada es la de que un conjunto de premisas *K* tiene por consecuencia lógica una proposición *X* exactamente cuando para toda asignación de ideas a las ideas no-lógicas de *K* que hace verdaderas a todas las proposiciones de *K*, *X* es también verdadera. Sin embargo, no contamos con una caracterización adecuada de esta noción. De hecho Bolzano, al igual que haría Tarski un siglo después, muestra un claro escepticismo acerca de la posibilidad de trazar una clara línea divisoria entre aquellos conceptos y las ideas no-lógicas susceptibles de sustitución o variación. Lo hace en el curso de la discusión del concepto de analiticidad. Allí, después de distinguir entre proposiciones analíticas en sentido amplio y proposiciones lógicamente analíticas o analíticas en sentido estricto y de caracterizar a las primeras como aquellas “en las que intervienen ideas ajenas a la lógica” y a las segundas como aquellas en las que “los conceptos que constituyen la parte invariante [...] pertenecen todos a la lógica”, escribe:

1. La obra lógica de Bolzano supone en este aspecto un claro retroceso respecto de la de Leibniz que ya había advertido la necesidad de simbolizar los conceptos lógicos.

2. Bolzano hace referencia a la idea ciceroniana de que forma y especie significan lo mismo [WL 81].

“Desde luego semejante distinción es más bien fluctuante [*hat sein Schwakendes*] por cuanto que el dominio total de conceptos pertenecientes a la lógica no está delimitado de manera tan precisa que no pueda surgir alguna controversia sobre el tema” [WL 148]. No estaba muy desencaminado Bolzano en esta apreciación. Hoy sabemos que, a pesar de los intentos hechos por proveer de criterios precisos para delimitar las expresiones lógicas de las no-lógicas, los principios que en último término guían a los lógicos a la hora de establecer esta distinción son generalmente pragmáticos, por lo que queda mucho espacio para concepciones divergentes respecto a qué expresiones son de aquel tipo.¹

Pero ¿basta con tomar en consideración únicamente el rasgo de la formalidad? Parece que una interpretación que se limite a esto está condenada, como antes hemos visto, a considerar que cualquier argumento compuesto exclusivamente de proposiciones que sólo tienen términos lógicos será preservador de verdad en el caso de que no tenga de hecho premisas verdaderas y conclusión falsa. Esto no ocurre si, además de la formalidad, se toma en consideración otro rasgo: la modalidad. En este caso, un argumento es una consecuencia lógica de las premisas sólo en el caso de que sea imposible que las primeras sean verdaderas y la conclusión sea falsa. Esto es, las interpretaciones que toman en consideración el elemento modal parten del supuesto de que si la conclusión de un argumento es consecuencia lógica de las premisas, esa conclusión se sigue por necesidad lógica o, lo que es lo mismo, parten del supuesto de que existe una conexión necesaria entre premisas y conclusión. Bolzano evita en su caracterización recurrir a la modalidad, probablemente tratando de obviar las dificultades implícitas en una explicación, como la de Leibniz, de la noción de verdad lógica como aquella que es verdadera en todos los mundos posibles. Sin embargo, aunque la noción de necesidad no aparece de un modo explícito en su definición, su intención es explicarla por medio de la idea de generalidad. Bolzano supone, en efecto, que la relación de implicación por necesidad lógica entre un conjunto de premisas K y una conclusión X se da cuando hay un conjunto de expresiones de K y de X tal que para *todo* modo de sustituir tales expresiones de forma que todos los componentes de K sean verdaderos, X también lo será. Que está tratando de dar cuenta de este modo de la idea de conexión necesaria se desprende del hecho de que creyó ver un claro precedente de su noción de deducibilidad en el modo en que Aristóteles entendió la necesidad de las im-

1. Para un análisis detallado de algunas de las cuestiones relacionadas con la noción de constante lógica y los problemas de su delimitación [véase: Gómez Torrente 2002].

plicaciones silogísticas correctas. “Entre las definiciones de este concepto halladas en otros libros una de las mejores es la de Aristóteles [*Anal. Priora* 24b18, y *Topica* 100a25, etc.]: “un silogismo es un discurso en el que, establecidas ciertas cosas, se sigue necesariamente algo distinto de lo ya establecido por el hecho de ser así”. Dado que no cabe duda de que Aristóteles asumió que la relación de deducibilidad puede mediar también entre proposiciones falsas, “se sigue necesariamente” no puede interpretarse de otra manera que la siguiente: que la conclusión deviene verdadera *siempre que* las premisas sean verdaderas.” [WL 155; cf. WL 129]. No está claro, sin embargo, que ambas definiciones guarden tan estrecha similitud como él pretende. Aristóteles subraya claramente el papel crucial desempeñado por la necesidad en la relación de consecuencia, en tanto que él, como ya habían hecho algunos lógicos medievales, trata de fundir la necesidad en la mera generalidad.

Bolzano no se pronuncia abiertamente acerca de la condición de aprioridad de esta relación: no destaca el hecho de que si podemos conocer que un argumento exhibe la relación de consecuencia lógica podemos conocerlo *a priori*.¹ Pero aunque no establece explícitamente que las cuestiones empíricas no desempeñan ningún papel en si la relación de consecuencia media o no en un caso particular, Bolzano no pone en duda el carácter apriórico o, como él prefiere decir, puramente conceptual de la lógica y de la aritmética.²

En resumen, aunque el aparato conceptual empleado por Bolzano para explicar la noción de consecuencia lógica carece del refinamiento técnico necesario para dar cuenta con exactitud de una noción de estas características, su análisis no sólo contribuyó a establecer la enorme importancia de esta noción semántica como candidato idóneo para la reconstrucción de la noción intuitiva de consecuencia sino que, dando muestras de una capacidad que sólo distingue a los mejores, anticipó algunos de los problemas con los que aún sigue debatiéndose la filosofía de la lógica actual.

1. Tarski sí lo hace. En su 1936 escribe: “dado que nos ocupamos aquí del concepto de consecuencia lógica, *i.e.*, de la consecuencia *formal* y, por tanto, de una relación que está determinada únicamente por la forma de las oraciones entre las que media, esta relación no puede estar influida en modo alguno por el conocimiento empírico y, en especial, por el conocimiento de los objetos a los que [... tales oraciones] se refieren” [Tarski, 1936, 414-15].

2. Bolzano propone [WL 133] la distinción entre verdades conceptuales y verdades empíricas como una reconstrucción parcial de la distinción kantiana entre conocimiento *a priori* conocimiento *a posteriori*. Una proposición *P* es una proposición conceptual si y sólo si el contenido de *P* abarca únicamente conceptos y una proposición *P* es empírica si y sólo si no es una proposición conceptual.

Referencias

- Berg, J. 1962. *Bolzano's Logic*. Stoklom: Almqvist & Wiksell.
- Bergmann, H. 1909. *Das philosophische werk Bernard Bolzanos*, Reimp.: New York: Hildesheim. 1970.
- Bolzano, B. 1810. *Beiträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik*, trad. inglesa en W. Ewald, ed.: *From Kant to Hilbert: A sourcebook on the foundations of mathematics*. Oxford: Clarendon Press. 1996. Vol. 1. págs. 174-224.
- Bolzano, B. 1837. *Wissenschaftslehre*. Sulzbach, Seidel; reimp.: Leipzig, 1929/31; trad. Inglesa: R. George, *Theory of Science*. Berkeley: University of California Press. 1972.
- Bolzano, B. 2004. *On the mathematical method and Correspondence with Exner*. Ed. P. Rusnock y R. George. Amsterdam/ New York: Rodopi.
- Corcoran, J. 1973. "Meanings of Implication". *Dialogos* **25**: 59-73.
- Etchemendy, J. 1980. *The concept of logical consequence*, Cambridge: Harvard University Press.
- Frege, G. 1912. [Remarks on P. Jourdain, "The development of the theories of mathematical logic and the principles of mathematics"], *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* **43**: 219-314.
- Frege, G. 1979. *Posthumous Writings*. Oxford: Blackwell.
- George, G. 1983. "Bolzano's consequence, Relevance and Enthymemes". *Journal of Philosophical Logic* **12**: 299-318.
- Gómez Torrente, M. 2002. "The problem of logical constants". *Bulletin of Symbolic Logic* **8**: 1-37.
- Künne, W. 1997. "Propositions in Bolzano and Frege", en W. Kunne *et al.*, *Bolzano and Analytical Philosophy*, Amsterdam, Rodopi.
- Morscher, E. 1973. *Das logische an-sich bei Bernard Bolzano*. Salzburg/München.
- Scholz, H. 1937. "Die Wissenschaftslehre Bolzanos". *Abhandlungen der Friesschen Schule*. **6**.
- Sebestik, J. 1992. *Logique et mathématique chez Bernard Bolzano*. Paris, L. P. J Vrin.
- Shapiro, S. 2002. "Necessity, meaning and rationality: The notion of Logical Consequence", en D. Jacquette, *A Companion to Philosophical Logic*. Malden, Mass: Blackwell Publishers. Págs. 227-239.
- Tarski, A. 1936. "On the concept of Logical consequence", reimp. en *Logic, Semantics and methamathematics*. Indianapolis: Hackett. 1956, Págs. 409-420.

